वैद्युत-क्षेत्र एवं विभव

[Electric Field and Potential]

1. **कूलॉम का नियम** (Coulomb's Law)—सन् 1785 ई. में फ्रांसीसी वैज्ञानिक कूलॉम के द्वारा अपने प्रयोगों के आधार पर एक नियम दिया गया। इस नियम के अनुसार, "दो स्थिर बिन्दु आवेशों के बीच लगने वाला आकर्षण अथवा प्रतिकर्षण का बल दोनों आवेशों की मात्राओं के गुणनफल के अनुक्रमानुपाती तथा उनके बीच की दूरी के वर्ग के व्युत्क्रमानुपाती होता है। यह बल उन आवेशों को मिलाने वाली रेखा के अनुदिश होता है।"

यदि दो बिन्दु आवेश q_1 तथा q_2 एक-दूसरे से r दूरी पर स्थित हों, तो उनके मध्य लगने वाला बल—

$$\boxed{F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1 q_2}{r^2} \text{ न्यूटन}}$$

{जहाँ पर, $\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 9{\cdot}0 \times 10^9$ न्यूटन-मीटर^2/कूलॉम^2 तथा ε_0 (एपसाइलन जीरो) = निर्वात् की विद्युतशीलता है।}

2. **वैद्युत क्षेत्र की तीव्रता** (Intensity of Electric Field)—वैद्युत क्षेत्र में किसी बिन्दु पर रखे परीक्षण–आवेश पर लगने वाले बल तथा परीक्षण-आवेश के मान की निष्पत्ति उस बिन्दु पर वैद्युत क्षेत्र की तीव्रता $\vec{E}$ कहलाती है। यदि वैद्युत क्षेत्र में किसी बिन्दु पर रखे परीक्षण–आवेश q_0 पर लगने वाला बल $\vec{F}$ हो तो उस बिन्दु पर वैद्युत क्षेत्र की तीव्रता—

$$\boxed{\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0}}$$

वैद्युत क्षेत्र के कारण आवेशित कण पर बल—

$$\boxed{\vec{F} = q\vec{E}}$$

3. **किसी बिन्दु आवेश के कारण उत्पन्न वैद्युत क्षेत्र की तीव्रता** (Intensity of Electric Field due to a Potential Charge)—

$$\boxed{E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2} \text{ न्यूटन/कूलॉम}}$$

{जहाँ पर, q = आवेश तथा r = दूरी है।}

4. **एकसमान रूप से आवेशित वलय के कारण वैद्युत क्षेत्र की तीव्रता** (Intensity of Electric Field due to a uniformly charged Ring)—

$$\boxed{E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{qx}{(a^2 + x^2)^{3/2}}}$$

{जहाँ पर, a = वलय की त्रिज्या, q = आवेश तथा x = वलय के केन्द्र से उस बिन्दु की दूरी जिस पर वैद्युत क्षेत्र की तीव्रता ज्ञात करनी है।}

5. **वैद्युत विभवान्तर** (Electric Potential Difference)—वैद्युत क्षेत्र में किसी परीक्षण-आवेश को एक बिन्दु से दूसरे बिन्दु तक ले जाने में किये गये कार्य तथा परीक्षण-आवेश के मान की निष्पत्ति उन बिन्दुओं के मध्य विभवान्तर कहलाती है। यदि परीक्षण-आवेश q_0 को बिन्दु B से बिन्दु A तक ले जाने में किया गया कार्य W हो, तो बिन्दुओं A व B के मध्य विभवान्तर—

$$\boxed{V_A - V_B = \frac{W}{q_0}}$$

6. **वैद्युत विभव** (Electric Potential)—वैद्युत क्षेत्र में किसी बिन्दु पर वैद्युत विभव, किसी परीक्षण-आवेश को अनन्त से उस बिन्दु तक लाने में किये गये कार्य तथा परीक्षण-आवेश के मान की निष्पत्ति के बराबर होता है।

$$\boxed{V_A = \frac{W}{q_0}}$$

{जहाँ पर, V_A = किसी बिन्दु A पर वैद्युत विभव, W = कार्य तथा q_0 = परीक्षण-आवेश है।}

7. **इलेक्ट्रॉन-वोल्ट** (Electron-Volt or eV)—1 इलेक्ट्रॉन-वोल्ट वह (गतिज) ऊर्जा है, जो कि कोई इलेक्ट्रॉन 1 वोल्ट के विभवान्तर द्वारा त्वरित होने पर अर्जित करता है।

$$\boxed{1 \text{ इलेक्ट्रॉन-वोल्ट} = 1{\cdot}6 \times 10^{-19} \text{ जूल}}$$

8. **बिन्दु-आवेश के कारण किसी बिन्दु पर वैद्युत विभव** (Electric Potential at a Point due to a Point Charge)—

$$\boxed{V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q}{r} \text{ वोल्ट}}$$

{जहाँ पर, q = आवेश तथा r = दूरी}

बिन्दु-आवेशों के समूह के कारण वैद्युत विभव--यदि कोई बिन्दु $+q_1, +q_2, -q_3$ तथा $-q_4$ कूलॉम के बिन्दु-आवेशों से क्रमशः r_1, r_2, r_3 तथा r_4 मीटर की दूरी पर हो तो उस बिन्दु पर कुल विभव–

$$\boxed{V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{q_1}{r_1}+\frac{q_2}{r_2}-\frac{q_3}{r_3}-\frac{q_4}{r_4}\right] \text{ वोल्ट}}$$

9. **वैद्युत स्थितिज ऊर्जा** (Electric Potential Energy)–आवेशों के किसी निकाय की वैद्युत स्थितिज ऊर्जा उस कार्य के बराबर होती है जो उन आवेशों को अनन्त से परस्पर समीप लाकर निकाय की रचना करने में किया जाता है। यदि कोई निकाय दो आवेशों $+q_1$ तथा $+q_2$ कूलॉम से मिलकर बना हो और वे निर्वात् (अथवा वायु) में एक-दूसरे से r मीटर की दूरी पर स्थित हों, तो उस निकाय की वैद्युत स्थितिज ऊर्जा–

$$\boxed{U = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1q_2}{r} \text{ जूल}}$$

10. **वैद्युत क्षेत्र की तीव्रता तथा विभव-प्रवणता में सम्बन्ध**–वैद्युत क्षेत्र में किसी बिन्दु पर किसी दी हुई दिशा में वैद्युत क्षेत्र की तीव्रता उस दिशा में ऋणात्मक विभव-प्रवणता के बराबर होती है। अर्थात्

$$\boxed{E = -\frac{\Delta V}{\Delta x}}$$

{जहाँ पर, E = वैद्युत क्षेत्र की तीव्रता, $-\frac{\Delta V}{\Delta x}$ = विभव-प्रवणता है।}

11. **एकसमान वैद्युत क्षेत्र में आवेशित कण का गमन-पथ** (Trajectory of a charged Particle in a uniform Electric Field)–

$$\boxed{y = \frac{eE}{2mv^2}x^2}$$

{जहाँ पर, e = इलेक्ट्रॉन का आवेश, E = वैद्युत क्षेत्र की तीव्रता, m = इलेक्ट्रॉन का द्रव्यमान, v = इलेक्ट्रॉन का वेग, x = X-अक्ष के अनुदिश t सेकण्ड में चली गई दूरी तथा y = + Y-दिशा में t सेकण्ड में चली गई दूरी है।}

महत्त्वपूर्ण–अभिलम्बवत् वैद्युत क्षेत्र में इलेक्ट्रॉन का गमन-पथ परवलयाकार होता है।

12. **समविभव पृष्ठ** (Equipotential Surface)–किसी वैद्युत क्षेत्र में खींचा गया वह पृष्ठ जिस पर स्थित सभी बिन्दुओं पर वैद्युत विभव समान होता है, **समविभव पृष्ठ** कहलाता है। समविभव पृष्ठ के प्रत्येक बिन्दु पर बल-रेखाएँ पृष्ठ के लम्बवत् होती हैं।

13. वैद्युत द्विध्रुव आघूर्ण (Electric Dipole Moment)—ऐसा निकाय जिसमें दो बराबर, परन्तु विपरीत प्रकार के बिन्दु-आवेश एक-दूसरे से अल्प दूरी पर स्थित होते हैं **'वैद्युत द्विध्रुव'** कहलाता है। इनमें से किसी एक आवेश तथा दोनों आवेशों के बीच की अल्प दूरी का गुणनफल **'वैद्युत द्विध्रुव का आघूर्ण'** कहलाता है। यदि किसी वैद्युत द्विध्रुव के आवेशों $+q$ व $-q$ कूलॉम के बीच की अल्प दूरी $2l$ मीटर हो, तो वैद्युत द्विध्रुत का आघूर्ण—

$$\boxed{p = q \times 2l = 2ql}$$

14. एकसमान बाह्य वैद्युत क्षेत्र में रखे वैद्युत द्विध्रुव पर लगने वाले बलयुग्म का आघूर्ण (Moment of Couple on an Electric Dipole Placed in an External Uniform Electric Field)—यदि कोई वैद्युत द्विध्रुव एकसमान वैद्युत क्षेत्र E में क्षेत्र से θ कोण बनाते हुए रखा गया हो, तो वैद्युत द्विध्रुव पर लगने वाले बलयुग्म का आघूर्ण—

$$\boxed{\tau = pE \sin\theta \text{ न्यूटन-मीटर}} \qquad \{\text{जहाँ पर, } p = 2ql\}$$

15. एकसमान बाह्य वैद्युत क्षेत्र में वैद्युत द्विध्रुव को घुमाने में किया गया कार्य (Work done in rotating an Electric Dipole in an External uniform Electric Field)—किसी वैद्युत द्विध्रुव को वैद्युत क्षेत्र की दिशा अथवा साम्य स्थिति ($\theta_0 = 0$) से कोण θ घुमाने में किया गया कार्य—

$$\boxed{W = pE(1 - \cos\theta)}$$

{जहाँ पर, p = वैद्युत द्विध्रुव आघूर्ण तथा E = वैद्युत क्षेत्र की तीव्रता है।}

16. वैद्युत-क्षेत्र में वैद्युत द्विध्रुव की स्थितिज ऊर्जा (Potential Energy of an Electric Dipole in an Electric Field)—θ स्थिति में वैद्युत-क्षेत्र के अन्दर वैद्युत द्विध्रुव की स्थितिज ऊर्जा—

$$\boxed{U_\theta = -pE\cos\theta}$$

17. वैद्युत द्विध्रुव के कारण उत्पन्न वैद्युत-क्षेत्र की तीव्रता (Electric Field duc to an Electric Dipole)—

(I) वैद्युत-क्षेत्र की अक्षीय स्थिति में किसी बिन्दु पर वैद्युत-क्षेत्र की तीव्रता—

$$\boxed{E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{2p}{r^3} \text{ न्यूटन/कूलॉम}}$$

{जहाँ पर, p = वैद्युत द्विध्रुव का आघूर्ण तथा r = दूरी}

(II) वैद्युत द्विध्रुव की निरक्षीय रेखा पर स्थित बिन्दु पर वैद्युत-क्षेत्र की तीव्रता–

$$\boxed{E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{p}{r^3} \text{ न्यूटन/कूलॉम}}$$

18. वैद्युत द्विध्रुव के कारण वैद्युत विभव (Electric Potential due to an Electric Dipole)–

(I) वैद्युत द्विध्रुव की अक्षीय स्थिति में किसी बिन्दु पर वैद्युत विभव–

$$\boxed{V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{p}{r^2} \text{ वोल्ट}}$$

{जहाँ पर p = वैद्युत द्विध्रुव का आघूर्ण तथा r = दूरी}

(II) वैद्युत द्विध्रुव की निरक्षीय रेखा पर स्थित बिन्दु पर वैद्युत विभव–

$$\boxed{V = 0}$$

19. दो वैद्युत द्विध्रुवों के बीच बल (Force between two Electric Dipoles)–यदि दो छोटे वैद्युत द्विध्रुव जिनके आघूर्ण $\vec{p_1}$ तथा $\vec{p_2}$ हों, और वे उनके केन्द्रों को मिलाने वाली रेखा के अनुदिश r दूरी पर रखे हों, तो उनके मध्य पारस्परिक बल–

$$\boxed{F = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{6p_1p_2}{r^4}}$$

उदाहरण 1. **एक वैद्युत द्विध्रुव जिसका संवेग $\vec{p}$ है। एकांक वैद्युत क्षेत्र में पड़ा है। वैद्युत द्विध्रुव को 90° घूर्णन करने में कितना कार्य करना होगा ?**

[C.P.M.T., 2009]

हल : एकांक वैद्युत क्षेत्र में वैद्युत द्विध्रुव $\vec{p}$ को 90° घुमाने में किया गया कार्य

$= p.E$ **Ans.**

उदाहरण 2. **r त्रिज्या का एक आवेशित खोखला धातु का गोला है। इसकी सतह तथा केन्द्र से $3r$ दूरी पर एक बिन्दु के बीच विभवान्तर V है, तो केन्द्र से 3R की दूरी पर विद्युत तीव्रता क्या होगी ?** **[UPSEAT, 2007]**

हल : $\because$

$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{q}{r} - \frac{q}{3r}\right]$$

$\Rightarrow$

$$V = \frac{2q}{4\pi\varepsilon_0 . 3r}$$

या,

$$\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r} = \frac{3V}{2} \qquad ...(1)$$

गौस की प्रमेय
[Gauss' Theorem]

1. **वैद्युत फ्लक्स** (Electric Flux)—वैद्युत क्षेत्र में स्थित किसी काल्पनिक पृष्ठ से होकर गुजरने वाली बल रेखाओं की संख्या की माप, उस पृष्ठ पर वैद्युत फ्लक्स कहलाती है। इसे ϕ_E से प्रदर्शित किया जाता है। यह एक 'अदिश' राशि है।

$$\boxed{\phi_E = EA\cos\theta}$$

{जहाँ पर, E = विद्युत क्षेत्र की तीव्रता तथा A = समतल पृष्ठ का क्षेत्रफल है।}

2. **गौस का नियम अथवा गौस की प्रमेय** (Gauss' Law or Gauss' Theorem)—इसके अनुसार, 'किसी बन्द पृष्ठ से गुजरने वाला वैद्युत फ्लक्स ϕ_E, उस पृष्ठ द्वारा परिबद्ध कुल आवेश q का $1/\varepsilon_0$ गुना होता है।'

$$\boxed{\phi_E = \oint \vec{E}\,.\,d\vec{A} = \frac{q}{\varepsilon_0}}$$

3. **एकसमान रूप से आवेशित गोलीय कोश के कारण वैद्युत क्षेत्र की तीव्रता** (Electric Field Due in a uniformly charged Spherical Shell)—

(I) बाह्य बिन्दु पर—

$$\boxed{E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}\frac{R^2}{r^2}}$$

{जहाँ पर, q = आवेश, r = बिन्दु आवेश q से वैद्युत क्षेत्र की तीव्रता की दूरी, R = गोलीय कोश की त्रिज्या तथा σ = आवेश का पृष्ठ घनत्व}

(II) आवेशित गोलीय कोश के पृष्ठ पर—

$$\boxed{E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{R^2} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}}$$

{जहाँ पर, σ = कोश पर आवेश का पृष्ठ घनत्व, R = गोलीय कोश की त्रिज्या तथा q = आवेश है।}

(III) आवेशित गोलीय कोश के आन्तरिक बिन्दु पर—आवेशित गोलीय कोश के भीतर वैद्युत क्षेत्र की तीव्रता सर्वत्र शून्य होती है। अर्थात्

$$\boxed{E = 0}$$

4. एकसमान आवेशित गोलीय कोश के कारण वैद्युत विभव (Electric Potential due to a uniformly charged Spherical Shell)—

(I) बाह्य बिन्दु पर—

$$\boxed{V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r}}$$

{जहाँ पर, q = आवेश तथा r = गोलीय कोश के बाहर वैद्युत विभव दूरी}

(II) गोलीय कोश के पृष्ठ पर—

$$\boxed{V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{R}}$$

{जहाँ पर, R = गोलीय कोश की त्रिज्या}

(III) गोलीय कोश के आन्तरिक बिन्दु पर—

$$\boxed{V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{R}}$$

5. एकसमान आवेशित अचालक गोले के कारण वैद्युत क्षेत्र की तीव्रता (Electric Field Intensity due to a uniformly charged Non-conducting Sphere)—

(I) बाह्य बिन्दु पर—

$$\boxed{E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2}}$$

{जहाँ पर, q = आवेश तथा r = गोले के केन्द्र से वैद्युत क्षेत्र की तीव्रता ज्ञात किये जाने वाले बिन्दु की दूरी}

तथा

$$\boxed{E = \frac{\rho}{\varepsilon_0}\frac{R^3}{3r^2}}$$

{जहाँ पर, R = गोले की त्रिज्या तथा ρ = आवेश का आयतन-घनत्व है।}

(II) गोले के पृष्ठ पर—

$$\boxed{E = \frac{\rho}{\varepsilon_0}\frac{R}{3}}$$

(III) आन्तरिक बिन्दु पर—

$$\boxed{E = \frac{\rho}{\varepsilon_0}\frac{r}{3}}$$

महत्त्वपूर्ण—यदि गोला धातु का (चालक) है तो उसके भीतर वैद्युत क्षेत्र सर्वत्र शून्य होता है।

6. एकसमान आवेशित अचालक गोले के कारण वैद्युत विभव (Electric Potential due to a uniformly charged Non-conducting Sphere)—

(I) बाह्य बिन्दु पर—

$$\boxed{V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r}}$$

{जहाँ पर, q = आवेश तथा r = गोले के केन्द्र से वैद्युत विभव ज्ञात किये जाने वाले बिन्दु की दूरी है।}

(II) गोले के पृष्ठ पर—

$$\boxed{V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{R}}$$ {जहाँ पर R = गोले की त्रिज्या}

(III) आन्तरिक बिन्दु पर—

$$\boxed{V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q\,(3R^2 - r^2)}{2R^3}}$$

महत्त्वपूर्ण—यदि गोला धातु का (चालक) है तो गोले के भीतर V = नियतांक होगा।

7. अनन्त लम्बाई के एकसमान आवेशित तार के कारण वैद्युत क्षेत्र की तीव्रता (Intensity of Electric Field due to a uniformly charged Wire of Infinite Length)—

$$\boxed{\vec{E} = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}\hat{r}}$$

{जहाँ पर, λ = तार का रेखीय आवेश घनत्व, r = तार से विद्युत क्षेत्र की तीव्रता ज्ञात किये जाने वाले बिन्दु की दूरी तथा $\hat{r}$ = r की दिशा में एकांक वेक्टर है।}

8. अनन्त लम्बाई के एकसमान आवेशित 'अचालक' बेलन के कारण वैद्युत क्षेत्र की तीव्रता (Intensity of Electric Field due to a uniformly charged 'Non-conducting, Cylinder of Infinite Length)—

$$\boxed{E = \frac{\pi r^2 l \rho}{2\pi\varepsilon_0 r l} = \frac{\rho}{2\varepsilon_0} r}$$

{जहाँ पर, ρ = बेलन का आयतन आवेश घनत्व तथा r = बेलन के अक्ष से वैद्युत क्षेत्र की तीव्रता ज्ञात किये जाने वाले बिन्दु की दूरी है।}

9. अनन्त विस्तार की समतल आवेशित 'अचालक' प्लेट के समीप वैद्युत क्षेत्र की तीव्रता (Intensity of Electric Field near an Infinite Plane charged non-conducting Plate)—

$$\boxed{E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}}$$

{जहाँ पर, σ = प्रति एकांक पृष्ठ क्षेत्रफल पर आवेश या आवेश का पृष्ठ-घनत्व है।}

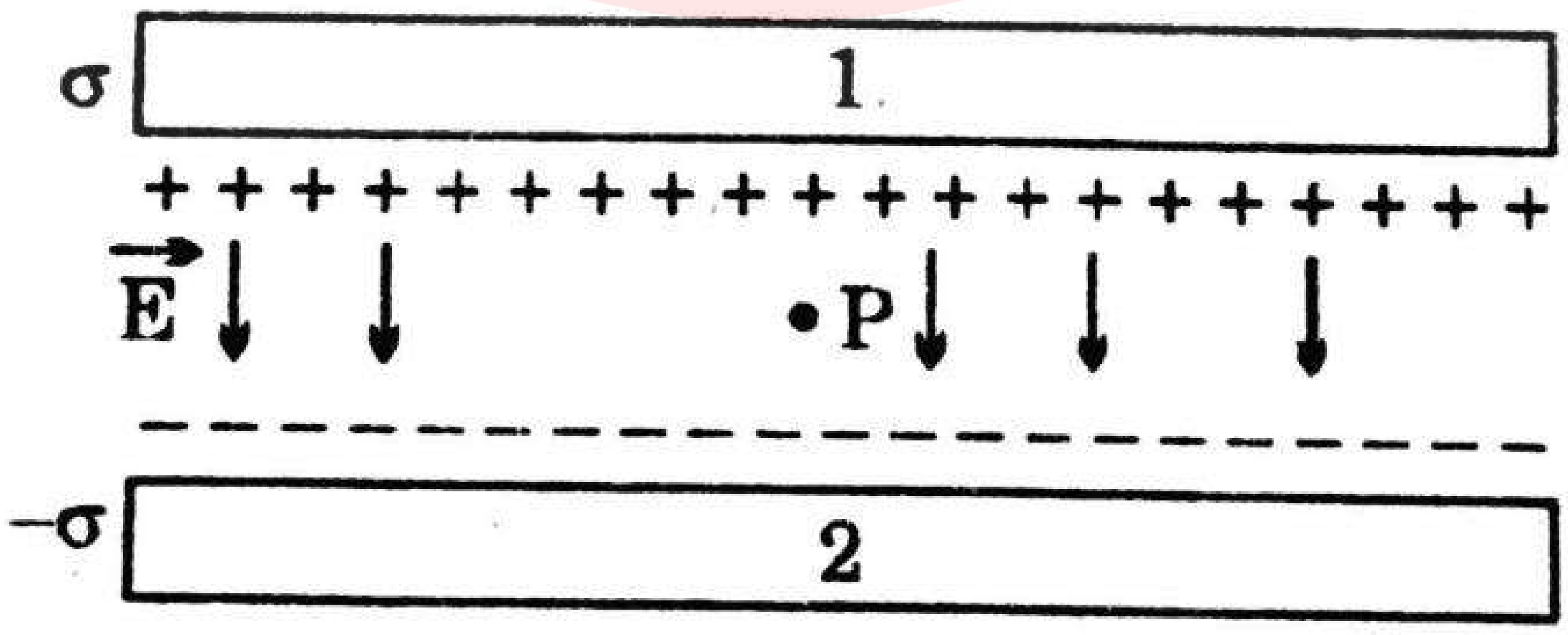
10. आवेशित 'चालक' के 'ठीक' बाहर वैद्युत क्षेत्र की तीव्रता (Electric Field Intensity 'just' outside a charged 'conductor')—

$$\boxed{E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}}$$

{जहाँ पर, σ = प्लेट पर आवेश का पृष्ठ-घनत्व}

उदाहरण 1. **धातु की दो समान्तर बड़ी पतली चादरों पर विपरीत तथा समान पृष्ठीय आवेश घनत्व $\sigma = 26{\cdot}4 \times 10^{-12}$ कूलॉम/मीटर^2 है। चादरों के बीच विद्युत क्षेत्र क्या होगा ?** **[UPSEAT, 2006]**

हल : चित्र के अनुसार प्लेट 1 पर पृष्ठीय आवेश घनत्व σ तथा प्लेट 2 पर पृष्ठीय आवेश घनत्व $-\sigma$ है।



∴ बिन्दु P पर दो आवेशित प्लेटों के कारण विद्युत क्षेत्र

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} + \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$$

$$\Rightarrow \quad E = \frac{26\cdot 4 \times 10^{-12}}{8\cdot 85 \times 10^{-12}}$$

$$= 3 \text{ न्यूटन/कूलॉम}$$ **Ans.**

वैद्युत धारिता

[Electrical Capacitance]

1. **वैद्युत धारिता** (Electrical Capacitance)–किसी चालक को दिये गये आवेश तथा उस चालक के विभव में होने वाली वृद्धि के अनुपात को उस चालक की **'वैद्युत धारिता'** कहते हैं। इसे C से प्रदर्शित करते हैं। इसका मात्रक 'कूलॉम प्रति वोल्ट' या 'फैरड' होता है।

$$\boxed{C = q/V}$$

{जहाँ पर, C = वैद्युत धारिता, q = आवेश तथा V = विभव में वृद्धि}

तथा $$\boxed{1 \text{ फैरड} = 1 \text{ कूलॉम/वोल्ट या, } 1\,F = 1\,CV^{-1}}$$

2. **विलगित गोलीय चालक की धारिता** (Capacity of an Isolated Spherical Conductor)–

$$\boxed{C = 4\pi\varepsilon_0 a}$$

{जहाँ पर, a = गोलीय चालक की त्रिज्या}

3. **आवेशित चालक की स्थितिज ऊर्जा** (Potential Energy of a charged Conductor)–

$$\boxed{U = \frac{1}{2}qV = \frac{1}{2}\frac{q^2}{C} = \frac{1}{2}CV^2}$$

{जहाँ पर, U = चालक की स्थितिज ऊर्जा, C = चालक की धारिता, q = आवेश तथा V = विभव है।}

4. **संधारित्र** (Capacitor)–ऐसा समायोजन जिसमें किसी चालक के आकार में परिवर्तन किये बिना उस पर आवेश की पर्याप्त मात्रा संचित की जा सकती हो, **'संधारित्र'** कहलाता है।

संधारित्र की धारिता (Capacitance of a Capacitor)–किसी संधारित्र की एक प्लेट को दिये गये आवेश तथा दोनों प्लेटों के बीच उत्पन्न विभवान्तर का अनुपात उस

संधारित्र की धारिता कहलाता है। यदि किसी संधारित्र की प्लेटों पर आवेश $+q$ तथा $-q$ हो तथा उनके मध्य विभवान्तर V हो, तो संधारित्र की धारिता—

$$\boxed{C = q/V}$$

5. **संधारित्र की धारिता पर परावैद्युत का प्रभाव** (Effect of Dielectric on Capacitance)— परावैद्युत पट्टिका के कारण, संधारित्र की प्लेटों के मध्य वैद्युत क्षेत्र घट जाता है जिससे प्लेटों के मध्य विभवान्तर (V) कम हो जाता है और संधारित्र की धारिता में वृद्धि हो जाती है।

परावैद्युत सामर्थ्य (Dielectric Strength)—किसी परावैद्युत पदार्थ के लिए वह अधिकतम वैद्युत क्षेत्र जिसे पदार्थ बिना वैद्युत भंजन के सहन कर सकता है, उस पदार्थ की **'परावैद्युत सामर्थ्य'** कहलाता है।

भंजक विभवान्तर (Breakdown Potential Difference)—किसी संधारित्र की प्लेटों के मध्य का वह विभवान्तर जिस पर प्लेटों के बीच रखे परावैद्युत पदार्थ में वैद्युत भंजन होने लगता है, **'भंजक विभवान्तर'** कहलाता है।

6. **समान्तर-प्लेट संधारित्र की धारिता** (Capacitance of Parallel-plate Capacitor)—

$$\boxed{C = \frac{K\varepsilon_0 A}{d} \text{ फैरड}}$$

{जहाँ पर, K = प्लेटों के बीच माध्यम का परावैद्युतांक, A = एक प्लेट का क्षेत्रफल तथा d = प्लेटों के बीच की दूरी है।}

7. **समान्तर-प्लेट संधारित्र की धारिता जब उसकी प्लेटों के मध्य आंशिक रूप से परावैद्युत पदार्थ रखा हो** (Capacity of Parallel Plate Capacitor partly filled with Dielectric Substance)—

$$\boxed{C = \frac{\varepsilon_0 A}{(d-t) + \dfrac{t}{K}}}$$

{जहाँ पर, d = प्लेटों के बीच की दूरी, A = प्रत्येक प्लेट का क्षेत्रफल, K = प्लेटों के बीच पदार्थ का परावैद्युतांक तथा t = परावैद्युत पदार्थ की मोटाई है।}

8. **समान्तर-प्लेट संधारित्र की प्लेटों के मध्य रखी परावैद्युत की पट्टी के पृष्ठों पर प्रेरित आवेश** (Charges Induced on the Surfaces of Dielectric Slab placed between the Plates of Parallel Plate Capacitor)—परावैद्युत पट्टी के पृष्ठों पर प्रेरित आवेश की मात्रा—

$$-q\left(1-\frac{1}{K}\right) \text{ तथा } +q\left(1-\frac{1}{K}\right)$$

{जहाँ पर, q = आवेश तथा K = प्लेटों के बीच के परावैद्युत पदार्थ का परावैद्युतांक}

9. गोलीय संधारित्र की धारिता (Capacitance of Spherical Capacitor)–

$$C = 4\pi\varepsilon_0 K\left(\frac{ab}{b-a}\right)$$

{जहाँ पर, a = छोटे गोले की त्रिज्या, b = बड़े गोले की त्रिज्या तथा K = गोलों के बीच के माध्यम का परावैद्युतांक है।}

10. संधारित्रों का संयोजन (Combinations of Capacitors)–

(I) श्रेणीक्रम संयोजन (In Series Combination)–यदि तीन संधारित्र जिनकी धारिताएँ क्रमशः C_1, C_2 तथा C_3 हों, दो बिन्दुओं के मध्य श्रेणीक्रम में जोड़े जायें और उनके तुल्य संधारित्र की धारिता C हो, तो–

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}$$

(II) समान्तर-क्रम संयोजन (In Parallel Combination)–यदि तीन संधारित्र जिनकी धारिताएँ क्रमशः C_1, C_2 तथा C_3 हों, दो बिन्दुओं के मध्य समान्तर क्रम में जोड़े जायें और उनके तुल्य संधारित्र की धारिता C हो, तो–

$$C = C_1 + C_2 + C_3$$

11. प्रतिरोध के द्वारा संधारित्र का आवेशन तथा निरावेशन (Charging and Discharging of a Capacitor through Resistance)–

(I) संधारित्र का आवेशन–

$$q = q_0(1 - e^{-t/CR})$$

{जहाँ पर, q_0 = संधारित्र का प्रारम्भिक आवेश, C = संधारित्र की धारिता, R = प्रतिरोध तथा q = किसी क्षण t पर संधारित्र की प्लेटों पर आवेश}

(II) संधारित्र का निरावेशन–

$$q = q_0 e^{-t/CR}$$

12. आवेशित संधारित्र की स्थितिज ऊर्जा (Potential Energy of a charged Capacitor)—

$$\boxed{U = \frac{1}{2}\frac{q^2}{C} = \frac{1}{2}CV^2}$$

{जहाँ पर, q = आवेश, C = संधारित्र की धारिता तथा
V = संधारित्र की प्लेटों के मध्य विभवान्तर}

13. आवेशित समान्तर-पट्ट संधारित्र की प्लेटों के मध्य वैद्युत क्षेत्र में ऊर्जा-घनत्व (Energy Density in the Electric Field between the Plates of a charged Parallel Plate Capacitor)—

$$\boxed{u = \frac{U}{Ad} = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2 \text{ जूल/मीटर}^2}$$

{जहाँ पर, u = ऊर्जा घनत्व, A = आवेशित प्लेट का पृष्ठ-क्षेत्रफल, d = प्लेटों के बीच की दूरी, U = प्लेटों के बीच वैद्युत क्षेत्र में संचित ऊर्जा तथा E = वैद्युत क्षेत्र की तीव्रता है।}

उदाहरण 1. **5·0 μF संधारित्र को 800V के विभवान्तर तक आवेशित करके एक चालक के माध्यम से विसर्जित किया गया है। विसर्जन के समय चालक को दी गई ऊर्जा क्या होगी ? [UPSEAT, 2009]**

हल : चालक की ऊर्जा, $U = \frac{1}{2}CV^2$

$$= \frac{1}{2} \times 5 \times 10^{-6} \times (800)^2 = 1{\cdot}6 \text{ जूल}$$ **Ans.**

वैद्युत चालन

[Electrical Conduction]

1. वैद्युत धारा (Electric Current)—जब किसी चालक में वैद्युत आवेश एक स्थान से दूसरे स्थान को प्रवाहित होता है, तो यह प्रवाह **'वैद्युत धारा'** कहलाता है। वैद्युत धारा एक अदिश राशि है। इसे i से प्रदर्शित करते हैं। इसका मात्रक **'ऐम्पियर'** होता है। यदि किसी परिपथ में t सेकण्ड में q आवेश प्रवाहित हो, तो परिपथ में वैद्युत धारा—

$$\boxed{i = \frac{q}{t}} \text{ कूलॉम/सेकण्ड या ऐम्पियर}$$

तथा

$$\boxed{1 \text{ ऐम्पियर} = 6{\cdot}25 \times 10^{8} \text{ इलेक्ट्रॉन प्रति सेकण्ड}}$$

2. धारा-घनत्व (Current Density)—किसी चालक में किसी बिन्दु पर प्रति एकांक क्षेत्रफल से अभिलम्बवत् गुजरने वाली वैद्युत धारा, उस बिन्दु पर **'धारा-घनत्व'** कहलाती है। इसे j से प्रदर्शित करते हैं। यदि किसी चालक में प्रवाहित वैद्युत धारा i, चालक के अनुप्रस्थ क्षेत्रफल A पर एकसमान रूप से वितरित हो, तो उस क्षेत्रफल के किसी बिन्दु पर धारा-घनत्व—

$$\boxed{j = \frac{i}{A}}$$

3. फैराडे के वैद्युत-अपघटन के नियम (Faraday's Laws of Electrolysis)—वैद्युत धारा के रासायनिक प्रभाव को **'वैद्युत-अपघटन'** कहते हैं। इसके सम्बन्ध में सन् 1834 में फैराडे ने निम्नलिखित दो नियम दिये—

प्रथम नियम—वैद्युत-अपघटन की क्रिया में किसी इलेक्ट्रोड पर मुक्त हुए कुल पदार्थ का द्रव्यमान वैद्युत-अपघट्य में प्रवाहित होने वाले सम्पूर्ण वैद्युत आवेश के अनुक्रमानुपाती होता है। यदि किसी वोल्टमीटर में i ऐम्पियर की धारा t सेकण्ड तक प्रवाहित करने पर मुक्त होने वाले पदार्थ का द्रव्यमान m किग्रा हो तथा इस समय में प्रवाहित होने वाले आवेश की मात्रा q कूलॉम हो, तो—

$$\boxed{m = zit}$$

{जहाँ पर, z एक नियतांक है जिसे मुक्त होने वाले पदार्थ का 'विद्युत रासायनिक तुल्यांक' कहते हैं।}

द्वितीय नियम—यदि विभिन्न वैद्युत-अपघट्यों में समान प्रबलता की वैद्युत धाराएँ समान समय के लिए प्रवाहित की जायें, तो मुक्त हुए पदार्थों के द्रव्यमान उनके रासायनिक तुल्यांकों के अनुक्रमानुपाती होते हैं। यदि दो विभिन्न वैद्युत-अपघट्यों में i ऐम्पियर की धारा t सेकण्ड तक प्रवाहित करने पर मुक्त हुए तत्त्वों के द्रव्यमान m_1 व m_2 हों तथा इन तत्त्वों के रासायनिक-तुल्यांक क्रमशः W_1 व W_2 हों, तो—

$$\boxed{\frac{m_1}{m_2} = \frac{W_1}{W_2}}$$

4. **फैराडे नियतांक** (Faraday Constant)—वैद्युत आवेश की वह मात्रा जो किसी भी पदार्थ के 1 किग्रा-तुल्यांक को वैद्युत अपघटन द्वारा मुक्त करती है, '**फैराडे नियतांक**' कहलाती है। इसका मान $9{\cdot}65 \times 10^7$ कूलॉम प्रति किग्रा-तुल्यांक होता है। इसे '**F**' से प्रदर्शित करते हैं।

5. **फैराडे नियतांक तथा इलेक्ट्रॉनिक आवेश में सम्बन्ध** (Relation between Faraday Constant and Electronic Charge)—

$$\boxed{F = Ne}$$

{जहाँ पर, F = फैराडे नियतांक, N = आवोगाद्रो की संख्या तथा e = इलेक्ट्रॉन का आवेश है।}

6. **मुक्त इलेक्ट्रॉनों के अनुगमन वेग तथा वैद्युत धारा में सम्बन्ध** (Relation between Drift velocity of Free Electrons and Electric Current)—

$$\boxed{i = neAv_d}$$

{जहाँ पर, i = वैद्युत धारा, n = मुक्त इलेक्ट्रॉनों की संख्या, A = चालक तार के अनुप्रस्थ परिच्छेद का क्षेत्रफल, e = इलेक्ट्रॉन का आवेश तथा v_d = इलेक्ट्रॉनों का अनुगमन वेग है।}

अनुगमन वेग तथा धारा-घनत्व के बीच सम्बन्ध—

$$\boxed{j = nev_d}$$

7. **वैद्युत प्रतिरोध** (Electrical Resistance)—जब किसी चालक के सिरों के मध्य विभवान्तर स्थापित किया जाता है, तो चालक में वैद्युत धारा बहने लगती है। वैद्युत विभवान्तर तथा वैद्युत धारा का अनुपात उस चालक का '**वैद्युत प्रतिरोध**' R कहलाता है। इसका मात्रक 'ओम' है। 'ओम' को ग्रीक अक्षर Ω (ओमेगा) से प्रदर्शित करते हैं। यदि किसी चालक के सिरों के बीच वैद्युत विभवान्तर V तथा चालक में धारा i हो, तो चालक का वैद्युत प्रतिरोध—

$$\boxed{R = V/i}$$

8. **वैद्युत चालकता** (Electrical Conductivity)—वैद्युत प्रतिरोध के व्युत्क्रम को '**वैद्युत चालकता**' कहा जाता है। इसका मात्रक 'मो' (mho) या 'साइमन' (S) होता है।

9. **ओम का नियम** (Ohm's Law)—सन् 1826 में जर्मन वैज्ञानिक डॉ. जार्ज साइमन ओम द्वारा दिये गये नियम के अनुसार, यदि किसी चालक की भौतिक अवस्था (जैसे—ताप) में कोई परिवर्तन न हो तो उसके सिरों पर लगाये गये वैद्युत विभवान्तर तथा उसमें बहने वाली धारा का अनुपात नियत होता है। यदि किसी चालक के सिरों पर लगा वैद्युत विभवान्तर V तथा उसमें बहने वाली वैद्युत धारा i हो, तो—

$$\boxed{\frac{V}{i} = R = \text{नियतांक}}$$

{जहाँ पर, R = चालक का वैद्युत प्रतिरोध है।}

10. **विशिष्ट प्रतिरोध अथवा प्रतिरोधकता** (Specific Resistance or Resistivity)—जब किसी चालक में वैद्युत धारा प्रवाहित होती है तो चालक के भीतर किसी बिन्दु पर वैद्युत क्षेत्र की तीव्रता E तथा धारा-घनत्व j के अनुपात को चालक का '**विशिष्ट प्रतिरोध**' अथवा '**प्रतिरोधकता**' कहते हैं। इसे ρ से प्रदर्शित करते हैं।

$$\boxed{\rho = \frac{E}{j}}$$

यदि किसी चालक-तार की लम्बाई l तथा अनुप्रस्थ-परिच्छेद का क्षेत्रफल A हो, तो तार के पदार्थ का विशिष्ट प्रतिरोध—

$$\boxed{\rho = R\frac{A}{l}} \text{ ओम-मीटर}$$

{जहाँ पर, R चालक का प्रतिरोध है।}

11. **विशिष्ट चालकता** (Specific Conductance)—विशिष्ट प्रतिरोध के व्युत्क्रम को '**विशिष्ट चालकता**' कहा जाता है। इसे σ से प्रदर्शित करते हैं।

$$\boxed{\sigma = \frac{1}{\rho}}$$

विशिष्ट चालकता और धारा-घनत्व में सम्बन्ध—

$$\boxed{\text{धारा-घनत्व} = \text{विशिष्ट चालकता} \times \text{वैद्युत क्षेत्र की तीव्रता}}$$

12. **धातुओं की प्रतिरोधकता—यदि 0°C** पर किसी धातु के तार का प्रतिरोध R_0 **तथा t°C** पर R_t हो, तो—

$$\boxed{R_t = R_0(1 + \alpha t)}$$

{जहाँ पर, α एक नियतांक है जिसे तार की धातु का 'प्रतिरोध ताप गुणांक' है।}

13. वैद्युत ऊर्जा (Electric Energy)—यदि किसी तार में i ऐम्पियर की धारा t सेकण्ड तक प्रवाहित की जाये तथा तार के सिरों के मध्य बैटरी द्वारा स्थापित विभवान्तर V वोल्ट हो, तो—

$$\boxed{H = \frac{W}{4 \cdot 2} = \frac{Vit}{4 \cdot 2} = \frac{i^2Rt}{4 \cdot 2} = \frac{V^2t}{4 \cdot 2R} \text{ कैलोरी}}$$

{जहाँ पर, W = कार्य अथवा ऊर्जा तथा R = तार का प्रतिरोध}

14. वैद्युत शक्ति (Electric Power)—किसी वैद्युत परिपथ में ऊर्जा के क्षय होने की दर को **'वैद्युत शक्ति'** कंहते हैं। इसे P से प्रदर्शित करते हैं।

$$\boxed{P = \frac{W}{t} = i^2R = \frac{V^2}{R} \text{ वाट}}$$

{जहाँ पर, W = ऊर्जा, t = समय, i = धारा, R = प्रतिरोध तथा V = विभवान्तर है।}

15. किलोवाट-घण्टा (Kilowatt-hour)—वैद्युत ऊर्जा की वह मात्रा जो कि किसी 1 किलोवाट की वैद्युत शक्ति वाले परिपथ में 1 घण्टे में क्षय होती है **'1 किलोवाट-घण्टा'** या **'1 यूनिट'** कहलाती है।

$$\boxed{1 \text{ किलोवाट-घण्टा} = 3 \cdot 6 \times 10^6 \text{ वाट-सेकण्ड} = 3 \cdot 6 \times 10^6 \text{ जूल}}$$

यदि किसी परिपथ में V वोल्ट पर i ऐम्पियर की वैद्युत धारा t घण्टे तक प्रवाहित हो, तो परिपथ में व्यय हुई वैद्युत ऊर्जा (यूनिटों की संख्या)

$$= \frac{\text{वाट} \times \text{ऐम्पियर} \times \text{घण्टे}}{1000} = \frac{Vit}{1000} \text{ (यूनिट)}$$

$$= \frac{\text{वाट} \times \text{घण्टे}}{1000}$$

सरल परिपथ

[Simple Circuits]

1. **वैद्युत सेल** (Electric Cell)—वह युक्ति जो रारायनिक ऊर्जा को वैद्युत ऊर्जा में रूपान्तरित करके, किसी परिपथ में आवेश के प्रवाह को निरन्तर बनाये रखती है, **'वैद्युत सेल'** कहलाती है।

2. **सेल का विद्युत वाहक बल** (E.M.F. of a Cell)—एकांक आवेश को सेल सहित सम्पूर्ण परिपथ में प्रवाहित करने के लिए सेल द्वारा दी जाने वाली ऊर्जा **'सेल का विद्युत वाहक बल'** कहलाती है। यदि किसी परिपथ में q कूलॉम आवेश प्रवाहित होने में सेल द्वारा दी गई ऊर्जा (किया गया कार्य) W जूल हो, तो सेल का विद्युत वाहक बल—

$$\boxed{E = \frac{W}{q} \text{ जूल/कूलॉम}}$$

3. **टर्मिनल विभवान्तर** (Terminal Potential Difference)—किसी परिपथ के दो बिन्दुओं के मध्य एकांक आवेश को प्रवाहित करने में किया गया कार्य उन बिन्दुओं के मध्य **'टर्मिनल विभवान्तर'** कहलाता है। यदि किसी परिपथ के दो बिन्दुओं के मध्य q कूलॉम आवेश प्रवाहित करने पर W' जूल कार्य करना पड़े तो उन बिन्दुओं के मध्य टर्मिनल विभवान्तर—

$$\boxed{V = \frac{W'}{q} \text{ वोल्ट}}$$

4. **सेल का आन्तरिक प्रतिरोध** (Internal Resistance of a Cell)—सेल की दोनों प्लेटों के मध्य सेल के अन्दर वैद्युत धारा के प्रवाह में घोल द्वारा उत्पन्न अवरोध **'सेल का आन्तरिक प्रतिरोध'** कहलाता है। इसे r से प्रदर्शित करते हैं।

सेल के टर्मिनल विभवान्तर, विद्युत वाहक बल तथा आन्तरिक प्रतिरोध में सम्बन्ध—

$$\boxed{V = E - ir}$$

{जहाँ पर, V = टर्मिनल विभवान्तर, E = विद्युत वाहक बल, i = वैद्युत धारा तथा r = आन्तरिक प्रतिरोध}

$$\boxed{r = R\left(\frac{E}{V} - 1\right)}$$ {जहाँ पर, R = प्रतिरोध}

$$\boxed{i = \frac{E}{R + r}}$$

5. **किरचॉफ के नियम** (Kirchhoff's Laws)—सन् 1842 ई. में किरचॉफ ने किसी भी जटिल परिपथ के विभिन्न चालकों के मध्य धारा का वितरण ज्ञात करने के लिए निम्नलिखित दो नियम दिये—

(i) प्रथम नियम—किसी भी वैद्युत-परिपथ में किसी भी सन्धि पर मिलने वाली सभी धाराओं का बीजगणितीय योग शून्य होता है, अर्थात्

$$\boxed{\Sigma i = 0}$$

(ii) द्वितीय नियम—किसी भी परिपथ में प्रत्येक बन्द पाश के विभिन्न खण्डों में बहने वाली धाराओं तथा संगत प्रतिरोधों के गुणनफलों का बीजगणितीय योग उस पाश में लगने वाले विद्युत वाहक बलों के बीजगणितीय योग के बराबर होता है, अर्थात्

$$\boxed{\Sigma iR = \Sigma E}$$

6. **प्रतिरोधों के संयोग** (Combinations of Resistances)—

(I) श्रेणीक्रम (In Series)—प्रतिरोधों के श्रेणीक्रम संयोग में सभी प्रतिरोधों में एकसमान वैद्युत धारा बहती है, लेकिन प्रत्येक प्रतिरोध के सिरों के मध्य विभवान्तर प्रतिरोध के अनुसार अलग-अलग होता है। श्रेणीक्रम में जोड़े गये सभी प्रतिरोधों (R_1, R_2, R_3) का तुल्य प्रतिरोध (R) उन प्रतिरोधों के योग के बराबर होता है। अर्थात्

$$\boxed{R = R_1 + R_2 + R_3}$$

(II) समान्तर क्रम (In Parallel)—प्रतिरोधों के समान्तर क्रम संयोग में सभी प्रतिरोधों के सिरों के मध्य विभवान्तर समान होता है लेकिन प्रत्येक प्रतिरोध में बहने वाली धारा अलग-अलग होती है। समान्तर क्रम में जोड़े गये सभी प्रतिरोधों (R_1, R_2, R_3) के तुल्य प्रतिरोध (R) का व्युत्क्रम उन सभी प्रतिरोधों के व्युत्क्रमों के योग के बराबर होता है। अर्थात्

$$\boxed{\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}}$$

7. वैद्युत सेलों के संयोग (Combinations of Electric Cells)–

(I) श्रेणीक्रम–यदि n सेलों को श्रेणीक्रम में जोड़ा जाये जिनमें से प्रत्येक सेल का विद्युत वाहक बल E तथा आन्तरिक प्रतिरोध r हो और ये सेल एक बाह्य प्रतिरोध R में विद्युत धारा i भेज रही हों, तब–

$$\boxed{i = \frac{nE}{nr + R}}$$

(II) समान्तर क्रम–यदि n सेलों को समान्तर-क्रम में जोड़ा जाये, जिनमें से प्रत्येक सेल का विद्युत वाहक बल E तथा आन्तरिक प्रतिरोध r हो और n सेलों की यह बैटरी बाह्य प्रतिरोध R से जुड़ी हो तथा बाह्य परिपथ में धारा i हो, तब–

$$\boxed{i = \frac{nE}{r + nR}}$$

(III) मिश्रित क्रम–यदि श्रेणीक्रम की प्रत्येक पंक्ति में n सेल जुड़े हों और इस प्रकार की m पंक्तियाँ परस्पर समान्तर-क्रम में जुड़ी हों तथा प्रत्येक सेल का विद्युत वाहक बल E व आन्तरिक प्रतिरोध r हो तथा सेलों की यह बैटरी बाह्य प्रतिरोध R में वैद्युत धारा i भेज रही हो, तब–

$$\boxed{i = \frac{mnE}{nr + mR} \text{ तथा } R = \frac{nr}{m}}$$

गतिमान आवेश तथा चुम्बकीय क्षेत्र
[Moving Charges and Magnetic Field]

1. **चुम्बकीय क्षेत्र** (Magnetic Field)—किसी चुम्बक के चारों ओर का वह क्षेत्र जिसमें किसी चुम्बकीय सुई पर एक बल-आघूर्ण आरोपित होता है जिसके कारण वह घूमकर एक निश्चित दिशा में ठहरती है, **'चुम्बकीय क्षेत्र'** कहलाता है।

2. **चुम्बकीय बल-रेखाएँ** (Magnetic Lines of Force)—चुम्बकीय-क्षेत्र में बल-रेखाएँ वे काल्पनिक रेखाएँ होती हैं जो चुम्बकीय क्षेत्र की दिशा का अविरत प्रदर्शन करती हैं।

3. **चुम्बकीय क्षेत्र के कारण धारावाही चालक पर बल** (Force on a current carrying conductor due to a Magnetic Field)—

(I) दायें हाथ की हथेली का नियम—"यदि हम अपने दायें हाथ का पंजा पूरा फैलाकर इस प्रकार रखें कि अँगूठा धारा (i) की दिशा में तथा फैली हुई अँगुलियाँ बाह्य चुम्बकीय क्षेत्र (B) की दिशा में हों तो चालक पर लगने वाला बल (F) हथेली के लम्बवत् हथेली से धक्का देने की दिशा में होगा।"

(II) फ्लेमिंग के बायें हाथ का नियम—"यदि हम अपने बायें हाथ के अँगूठे तथा उसके पास वाली दोनों अँगुलियों को इस प्रकार फैलायें कि तीनों एक-दूसरे के लम्बवत् रहें तब यदि पहली अँगुली चुम्बकीय क्षेत्र (B) की दिशा और बीच वाली अँगुली धारा (i) की दिशा बताती है, तो अँगूठा चालक पर लगने वाले बल (F) की दिशा बतायेगा।"

4. **चुम्बकीय क्षेत्र में गतिमान आवेश पर बल** (Force on a charge moving in a Magnetic Field)—

लॉरेन्ज बल (Lorentz Force)—जब कोई आवेशित कण किसी चुम्बकीय क्षेत्र में गति करता है, तो उस कण पर एक बल आरोपित हो जाता है। यह बल **'लॉरेन्ज बल'** कहलाता है। यदि किसी कण पर आवेश $+q$ हो तथा वह चुम्बकीय क्षेत्र B में क्षेत्र की दिशा के लम्बवत् v वेग से गतिमान हो, तो इस कण पर लॉरेन्ज बल—

$$\boxed{F = qvB}$$

यदि आवेशित कण की गति की दिशा चुम्बकीय क्षेत्र B की दिशा के लम्बवत् न होकर उससे θ कोण बना रही हो, तब कण पर लगने वाला बल—

$$\boxed{F = qvB \sin \theta}$$

5. एकसमान चुम्बकीय क्षेत्र में आवेशित कण की गति (Motion of a charged Particle in a Uniform Magnetic Field)—यदि कोई धन-आवेशित कण $(+q)$ किसी एकसमान चुम्बकीय क्षेत्र B में क्षेत्र की दिशा के लम्बवत् v वेग से प्रवेश करता है और कण का द्रव्यमान m तथा उसके पथ की त्रिज्या r है, तब—

$$\boxed{r = \frac{mv}{qB}}$$

यदि कण की गतिज ऊर्जा K हो, तब—

$$\boxed{r = \frac{\sqrt{2mK}}{qB}}$$

यदि कण को V वोल्ट के विभवान्तर द्वारा त्वरित किया गया हो, तब—

$$\boxed{r = \frac{1}{B}\sqrt{\frac{2mV}{q}}}$$

यदि कण अपने एक चक्कर में $2\pi r$ दूरी तय करता हो और कण का आवर्तकाल T हो, तब—

$$\boxed{T = \frac{2\pi m}{qB}}$$

तथा, कण की आवृत्ति—

$$\boxed{n = \frac{1}{T} = \frac{qB}{2\pi m}}$$

6. गतिमान आवेश पर बल से धारावाही चालक पर बल की व्याख्या (Explanation of the Force on a current carrying conductor on the basis of the Force on a Moving charge)—

$$\boxed{F = iBL \sin \theta}$$

{जहाँ पर, F = बल, i = धारा, L = चालक की लम्बाई, B = चुम्बकीय क्षेत्र तथा θ = चालक और चुम्बकीय क्षेत्र की दिशा के बीच का कोण है।}

7. चुम्बकीय-फ्लक्स (Magnetic Flux)—यदि किसी एकसमान चुम्बकीय क्षेत्र B के लम्बवत् कोई क्षेत्रफल A हो, तो चुम्बकीय क्षेत्र B तथा क्षेत्रफल A का गुणनफल

BA एक महत्त्वपूर्ण भौतिक राशि है जिसे क्षेत्रफल A से गुजरने वाला **'चुम्बकीय-फ्लक्स'** कहा जाता है। इसे ϕ से प्रदर्शित करते हैं। इसका मात्रक **'वेबर'** होता है।

$$\boxed{\phi_B = BA \text{ या, } B = \frac{\phi_B}{A}}$$

8. धारावाही चालक से उत्पन्न चुम्बकीय क्षेत्र (Magnetic Field due to a current carrying condutor)—

बायो-सेवर्ट नियम (Biot-Savart Law)—सन् 1820 ई. में फ्रांसीसी वैज्ञानिक बायो तथा सेवर्ट ने विभिन्न धारावाही चालकों द्वारा उत्पन्न चुम्बकीय क्षेत्रों का अध्ययन करने के लिए किये गये प्रयोगों के आधार पर एक नियम दिया। इस नियम के अनुसार किसी धारावाही चालक के अल्पांश Δl के द्वारा उत्पन्न चुम्बकीय क्षेत्र में किसी बिन्दु पर क्षेत्र का मान—

$$\boxed{\Delta B = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{i\Delta l \sin\theta}{r^2}}$$

{जहाँ पर, μ_0 = निर्वात् की चुम्बकशीलता, r = अल्पांश से बिन्दु की दूरी, θ = अल्पांश की लम्बाई तथा अल्पांश को बिन्दु से मिलाने वाली रेखा के बीच बनने वाला कोण, i = चालक में प्रवाहित धारा तथा Δl = अल्पांश की लम्बाई है।}

चुम्बकशीलता (μ_0) तथा विद्युतशीलता (ε_0) में सम्बन्ध—

$$\boxed{C = \frac{1}{\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}}}$$

{जहाँ पर, C = निर्वात् में प्रकाश की चाल है।}

9. लम्बे ऋजुरेखीय धारावाही तार के कारण उत्पन्न चुम्बकीय क्षेत्र (Magnetic Field due to a Long Straight current-carrying wire)—किसी लम्बे व सीधे धारावाही तार के कारण, तार से r दूरी पर स्थित बिन्दु पर चुम्बकीय क्षेत्र (B) का मान—

$$\boxed{B = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{i}{r} \text{ न्यूटन/(ऐम्पियर-मीटर)}}$$

10. दो समान्तर धारावाही तारों के मध्य बल (Force between two parallel current carrying wires)—यदि दो समान्तर धारावाही तारों में से प्रत्येक तार में समान धारा i बह रही हो, तो तारों के मध्य प्रत्येक तार की प्रति मीटर लम्बाई पर लगने वाला बल—

$$\frac{F}{L} = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{i^2}{r} \text{ न्यूटन/मीटर}$$

{जहाँ पर, F = बल, L = लम्बाई तथा r = तारों के बीच की दूरी}

11. वृत्ताकार धारावाही लूप अथवा कुण्डली के केन्द्र पर चुम्बकीय क्षेत्र (Magnetic Field at the centre of a circular current-carrying Loop or Coil)—यदि एक तार a मीटर त्रिज्या के वृत्ताकार लूप के रूप में मुड़ा हो तथा उसमें i ऐम्पियर की धारा प्रवाहित हो रही हो, तो इस लूप के केन्द्र पर चुम्बकीय क्षेत्र—

$$B = \frac{\mu_0}{2}\frac{i}{a} \text{ न्यूटन/(ऐम्पियर-मीटर)}$$

यदि तार अकेले एक लूप में न होकर N फेरों वाली कुण्डली के रूप में हो, तो इस कुण्डली के केन्द्र पर चुम्बकीय क्षेत्र—

$$B = \frac{\mu_0 N i}{2a} \text{ न्यूटन/(ऐम्पियर-मीटर)}$$

वृत्ताकार धारावाही लूप की अक्ष पर चुम्बकीय क्षेत्र—a मीटर त्रिज्या की वृत्ताकार धारावाही लूप की अक्ष पर लूप के केन्द्र से x मीटर की दूरी पर स्थित बिन्दु पर चुम्बकीय क्षेत्र—

$$B = \frac{\mu_0 i a^2}{2(a^2 + x^2)^{3/2}} \text{ न्यूटन/(ऐम्पियर-मीटर)}$$

{जहाँ पर, i = धारा}

यदि लूप के स्थान पर N फेरों वाली कुण्डली हो, तो कुण्डली के केन्द्र से x मीटर की दूरी पर स्थित बिन्दु पर चुम्बकीय क्षेत्र—

$$B = \frac{\mu_0 N i a^2}{2(a^2 + x^2)^{3/2}} \text{ न्यूटन/(ऐम्पियर-मीटर)}$$

12. धारावाही परिनालिका की अक्ष पर चुम्बकीय क्षेत्र (Magnetic Field on the axis of current-carrying Solenoid)—यदि किसी परिनालिका में तार के N फेरे हों तथा परिनालिका की लम्बाई l मीटर हो और उसमें i ऐम्पियर की वैद्युत धारा प्रवाहित हो रही हो, तो परिनालिका के भीतर किसी बिन्दु पर चुम्बकीय क्षेत्र—

$$B = \mu_0 n i \text{ न्यूटन/(ऐम्पियर-मीटर)}$$

{जबकि परिनालिका की लम्बाई अनन्त है।}

तथा परिनालिका के सिरे पर स्थित किसी बिन्दु पर चुम्बकीय क्षेत्र—

$$B = \frac{\mu_0 n i}{2} \text{ न्यूटन/(ऐम्पियर-मीटर)}$$

13. गतिमान आवेश के कारण चुम्बकीय क्षेत्र (Magnetic Field due to a charge in Motion)—

$$\boxed{B = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{qv\sin\theta}{r^2}}$$

{जहाँ पर, q = आवेश, v = आवेश का वेग, r = आवेश के बायीं ओर स्थित चुम्बकीय क्षेत्र ज्ञात किये जाने वाले बिन्दु की दूरी तथा θ = कोण है।}

14. दो समान्तर गतिमान आवेशों के मध्य बल (Force between two parallel moving charges)—समान दूरी r पर स्थित आवेशों q_1 व q_2 के बीच लगने वाला स्थिर वैद्युत बल—

$$\boxed{F_e = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^2}}$$

उदाहरण 1. **एक 10·0 cm लम्बाई वाले सालेनायड में तार के 100 फेरे हैं। जब सालेनायड में 0·500A की धारा बह रही हो, तो इसके अन्दर चुम्बकीय क्षेत्र क्या होगा ?** **[UPSEAT, 2009]**

हल :

$$B = \frac{\mu_0 n i}{2}$$

$\because$ n = 10 सेमी में 100 चक्कर

= 1000 चक्कर/मीटर

$\therefore$ $$B = \frac{4\pi \times 10^{-7} \times 100 \times 0.5}{2}$$

$= 3.14 \times 10^{-4}$ T **Ans.**

चुम्बकत्व
[Magnetism]

1. **चुम्बकीय द्विध्रुव** (Magnetic Dipole)—चुम्बकीय द्विध्रुव एक ऐसा निकाय होता है, जिसे चुम्बकीय क्षेत्र में रखने से उस पर एक बल-युग्म लगता है जोकि निकाय को ऐसी स्थिति में घुमाने की प्रवृत्ति रखता है जिसमें उसकी अक्ष चुम्बकीय क्षेत्र के समान्तर हो जाये; जैसे—दण्ड चुम्बक।

2. **बाह्य चुम्बकीय क्षेत्र के कारण चुम्बकीय द्विध्रुव (धारा-लूप) पर बल-युग्म का आघूर्ण** (Moment of Couple on a Magnetic Dipole due to an External Magnetic Field)—

$$\boxed{\tau = iAB\sin\theta}$$

{जहाँ पर, τ = बल-युग्म का आघूर्ण, i = धारा, **B** = चुम्बकीय क्षेत्र, **A** = लूप का क्षेत्रफल तथा θ = लूप की अक्ष तथा चुम्बकीय क्षेत्र के बीच कोण}

यदि कुण्डली में लूपों की संख्या N हो, तो—

$$\boxed{\tau = NiAB\sin\theta}$$

3. **एकसमान चुम्बकीय क्षेत्र में स्थित दण्ड-चुम्बक पर बल-युग्म का आघूर्ण** (Torque on a Bar-Magnet in a uniform Magnetic Field)—

$$\boxed{M = NiA}$$

{जहाँ पर, **M** = 'चुम्बकीय-द्विध्रुव आघूर्ण' या दण्ड चुम्बक का चुम्बकीय-आघूर्ण, N = दण्ड-चुम्बक में धारा लूपों की संख्या, i = धारा तथा **A** = धारा-लूप का क्षेत्रफल}

तथा

$$\boxed{\tau = MB\sin\theta}$$

{जहाँ पर, τ = दण्ड-चुम्बक पर लगने वाले बल-युग्म का आघूर्ण}

4. चुम्बकीय द्विधुव को बाह्य चुम्बकीय क्षेत्र में घुमाने में किया गया कार्य (Work done in rotating a Magnetic Dipole in an External Magnetic Field)—

$$\boxed{W = MB(1 - \cos\theta)}$$

{जहाँ पर, W = द्विधुव को क्षेत्र की दिशा से θ कोण पर घुमाने में किया गया कार्य, M = चुम्बकीय द्विधुव का चुम्बकीय आघूर्ण तथा B = चुम्बकीय क्षेत्र है।}

5. चुम्बकीय क्षेत्र में चुम्बकीय द्विध्रुव की स्थितिज ऊर्जा (Potential Energy of a Magnetic Dipole in a Magnetic Field)—

$$\boxed{U_\theta = -MB\cos\theta}$$

{जहाँ पर, U_θ = द्विध्रुव की अभिविन्यास θ में स्थितिज ऊर्जा, M = चुम्बकीय द्विध्रुव का आघूर्ण, B = चुम्बकीय क्षेत्र तथा θ = चुम्बकीय द्विध्रुव तथा चुम्बकीय क्षेत्र की दिशा के बीच बना कोण है।}

6. चुम्बकीय द्विध्रुव के कारण चुम्बकीय क्षेत्र (Magnetic Field due to a Magnetic Dipole)—

(I) अक्षीय स्थिति—यदि किसी चुम्बकीय द्विध्रुव अथवा छोटे दण्ड चुम्बक के चुम्बकीय आघूर्ण का मान M ऐम्पियर-मीटर^2 हो, तो इसकी अक्षीय रेखा पर इसके मध्य-बिन्दु से r मीटर की दूरी पर निर्वात् (अथवा वायु) में स्थित किसी बिन्दु पर चुम्बकीय क्षेत्र—

$$\boxed{B = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{2M}{r^3}}$$

{जहाँ पर $\frac{\mu_0}{4\pi} = 10^{-7}$ न्यूटन/ऐम्पियर^2 है।}

(II) निरक्षीय स्थिति—किसी चुम्बकीय द्विध्रुव अथवा छोटे दण्ड-चुम्बक के कारण इसकी निरक्षीय रेखा पर चुम्बक के केन्द्र से r मीटर की दूरी पर निर्वात् (अथवा वायु) में स्थित किसी बिन्दु पर चुम्बकीय क्षेत्र—

$$\boxed{B = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{M}{r^3}}$$

7. महत्त्वपूर्ण परिभाषाएँ (Important Definations)

(I) प्रतिचुम्बकीय पदार्थ (Diamagnetic Substances)—वे पदार्थ जो चुम्बकीय क्षेत्र में रखे जाने पर क्षेत्र की विपरीत दिशा में मामूली से चुम्बकित हो जाते हैं और किसी शक्तिशाली चुम्बक के सिरे के समीप लाये जाने पर कुछ प्रतिकर्षित होते हैं **'प्रतिचुम्बकीय पदार्थ'** कहलाते हैं तथा पदार्थों का यह गुण **'प्रतिचुम्बकत्व'** कहलाता है; जैसे—जस्ता, सोना, नमक, जल, हीरा आदि।

(II) अनुचुम्बकीय पदार्थ (Paramagnetic Substances)—वे पदार्थ जो चुम्बकीय क्षेत्र में रखे जाने पर क्षेत्र की दिशा में ही मामूली से चुम्बकित हो जाते हैं तथा किसी शक्तिशाली चुम्बक के सिरे के समीप लाये जाने पर सिरे की ओर आकर्षित होते हैं, **'अनुचुम्बकीय पदार्थ'** कहलाते हैं। इन पदार्थों का यह गुण **'अनुचुम्बकत्व'** कहलाता है; जैसे—सोडियम, ऑक्सीजन, प्लेटिनम आदि।

(III) लौहचुम्बकीय पदार्थ (Ferromagnetic Substances)—वे पदार्थ जो चुम्बकीय क्षेत्र में रखे जाने पर क्षेत्र की ही दिशा में प्रबल रूप से चुम्बकित हो जाते हैं तथा किसी चुम्बक के सिरे के समीप लाये जाने पर सिरे की ओर तीव्रता से आकर्षित होते हैं, **'लौहचुम्बकीय पदार्थ'** कहलाते हैं। इन पदार्थों का यह गुण **'लौहचुम्बकत्व'** कहलाता है; जैसे—लोहा, कोबाल्ट, निकिल आदि।

(IV) चुम्बकीय प्रेरण (Magnetic Induction)—किसी चुम्बकीय पदार्थ को बाह्य चुम्बकीय क्षेत्र में रखने पर वह चुम्बकित हो जाता है। पदार्थों में इस प्रकार उत्पन्न चुम्बकत्व, **'प्रेरित चुम्बकत्व'** तथा यह घटना **'चुम्बकीय प्रेरण'** कहलाती है।

(V) चुम्बकीय प्रेरण का परिमाण (Magnitude of Magnetic Induction)—किसी चुम्बकित पदार्थ के भीतर चुम्बकीय प्रेरण रेखाओं की वह संख्या जो रेखाओं के लम्बवत् एकांक क्षेत्रफल से गुजरती है, उस पदार्थ के भीतर **'चुम्बकीय प्रेरण का परिमाण'** अथवा **'चुम्बकीय फ्लक्स घनत्व'** कहलाती है।

(VI) चुम्बकन तीव्रता (Intensity of Magnetisation)—चुम्बकन तीव्रता, चुम्बकित पदार्थ के एकांक आयतन के चुम्बकीय आघूर्ण से परिभाषित होती है। इसे $\vec{I}$ से प्रदर्शित करते हैं। यदि किसी चुम्बकीय पदार्थ का चुम्बकीय आघूर्ण M तथा उसका आयतन V हो, तो उसकी चुम्बकन तीव्रता—

$$\boxed{\vec{I} = \frac{M}{V} \text{ ऐम्पियर/मीटर}}$$

(VII) चुम्बकीय तीव्रता (Magnetic Intensity)—चुम्बकन क्षेत्र की पदार्थ को चुम्बकित करने की क्षमता उस क्षेत्र की **'चुम्बकीय तीव्रता'** कहलाती है। इसे वेक्टर $\vec{H}$ से प्रदर्शित करते हैं।

$$\boxed{\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{I}}$$

{जहाँ पर, $\vec{B}$ = पदार्थ के भीतर चुम्बकीय प्रेरण, $\vec{I}$ = चुम्बकन तीव्रता तथा μ_0 = निर्वात् की चुम्बकशीलता है।}

(VIII) चुम्बकशीलता (Magnetic Permeability)—

$$\boxed{\mu = \frac{\vec{B}}{\vec{H}}}$$

(IX) आपेक्षिक चुम्बकशीलता (Relative Magnetic Permeability)—किसी पदार्थ की चुम्बकशीलता (μ) तथा निर्वात् (वायु) की चुम्बकशीलता (μ_0) के अनुपात को **उस पदार्थ की 'आपेक्षिक चुम्बकशीलता'** कहते हैं। इसे μ_r से प्रदर्शित करते हैं।

$$\boxed{\mu_r = \frac{\mu}{\mu_0}}$$

(X) चुम्बकीय प्रवृत्ति (Magnetic Susceptibility)—किसी पदार्थ की चुम्बकीय प्रवृत्ति पदार्थ में उत्पन्न चुम्बकन तीव्रता (I) तथा उसे उत्पन्न करने वाले चुम्बकन क्षेत्र की **चुम्बकीय तीव्रता (H)** के अनुपात के बराबर होती है। इसे z_m से प्रदर्शित करते हैं।

$$\boxed{z_m = \frac{I}{H}}$$

आपेक्षिक चुम्बकशीलता (μ_r) तथा चुम्बकीय प्रवृत्ति (z_m) में सम्बन्ध—

$$\boxed{\mu_r = 1 + z_m}$$

(XI) क्यूरी ताप (Curie Temperature)—वह ताप जिसके नीचे पदार्थ लौह चुम्बकीय तथा जिसके ऊपर अनुचुम्बकीय होता है, पदार्थ का **'क्यूरी ताप'** कहलाता है।

(XII) क्यूरी का नियम (Curie's Law)—इस नियम के अनुसार, अनुचुम्बकीय पदार्थ की चुम्बकन तीव्रता (I), चुम्बकन क्षेत्र की तीव्रता (H) के अनुक्रमानुपाती तथा कैल्विन ताप (T) के व्युत्क्रमानुपाती होती है, अर्थात्

$$\boxed{I = C\left(\frac{H}{T}\right)}$$ {जहाँ पर, C क्यूरी नियतांक है।}

पृथ्वी का चुम्बकत्व

[Earth's Magnetism]

1. **पृथ्वी के चुम्बकीय ध्रुव** (Magnetic Poles of Earth)—वे दो स्थान जिन पर चुम्बकीय सुई पृथ्वी की सतह के लम्बवत् अर्थात् ऊर्ध्वाधर हो जाती है, **'पृथ्वी के चुम्बकीय ध्रुव'** कहलाते हैं। ये ध्रुव भौगोलिक ध्रुवों से कुछ हटकर हैं।

2. **पृथ्वी की चुम्बकीय अक्ष** (Magnetic Axis of Earth)—पृथ्वी के चुम्बकीय उत्तरी ध्रुव तथा चुम्बकीय दक्षिणी ध्रुव को मिलाने वाली रेखा पृथ्वी की **'चुम्बकीय अक्ष'** कहलाती है। पृथ्वी की चुम्बकीय अक्ष, पृथ्वी की घूर्णन अक्ष से $11{\cdot}5^\circ$ का कोण बनाती है।

3. **पृथ्वी की चुम्बकीय निरक्ष** (Magnetic Equator of Earth)—जिन स्थानों पर चुम्बकीय सुई पृथ्वी की सतह के समान्तर अर्थात् क्षैतिज रहती है उन स्थानों से गुजरने वाला तथा पृथ्वी के ध्रुवों को मिलाने वाली रेखा के लम्बवत् तल पृथ्वी के गोले की सतह को एक वृत्त में काटता है। इस वृत्त को **'चुम्बकीय निरक्ष'** कहते हैं।

4. **पृथ्वी के चुम्बकत्व के अवयव** (Elements of Earth's Magnetism)—

(I) दिक्पात का कोण (Angle of Declination)—किसी स्थान पर चुम्बकीय याम्योत्तर तथा भौगोलिक याम्योत्तर के बीच के न्यूनकोण को **'दिक्पात का कोण'** कहा जाता है।

(II) नमन कोण अथवा नति कोण (Angle of Dip)—वह कोण जो पृथ्वी के चुम्बकीय क्षेत्र की दिशा तथा क्षैतिज दिशा के मध्य बनता है **'नमन कोण'** अथवा **'नति कोण'** कहलाता है।

(III) पृथ्वी के चुम्बकीय क्षेत्र की तीव्रता का क्षैतिज घटक (Horizontal Component of the Intensity of Earth's Magnetic Field)—

पृथ्वी के चुम्बकीय क्षेत्र का क्षैतिज घटक—

$$\boxed{H = B_e \cos\theta} \qquad \text{...(I)}$$

तथा पृथ्वी के चुम्बकीय क्षेत्र का ऊर्ध्वाधर घटक–

$$\boxed{V = B_e \sin\theta} \quad \text{...(II)}$$

समीकरण (I) व (II) से,

$$\boxed{B_e = \sqrt{H^2 + V^2}}$$

{जहाँ पर, B_e = पृथ्वी का चुम्बकीय क्षेत्र, H = क्षैतिज घटक, V = ऊर्ध्वाधर घटक तथा θ = नमन कोण है।}

तथा

$$\boxed{\theta = \tan^{-1}\frac{V}{H}}$$

{समीकरण (II) को (I) से भाग देने पर}

5. उदासीन बिन्दु (Neutral Points)—चुम्बक से दूर स्थित ऐसे बिन्दु जहाँ पर पृथ्वी के क्षेत्र का क्षैतिज घटक, चुम्बक के क्षेत्र के ठीक बराबर तथा विपरीत दिशा में होता है **'उदासीन बिन्दु'** कहलाते हैं। यदि उदासीन बिन्दु पर चुम्बक के कारण चुम्बकीय क्षेत्र B हो तथा पृथ्वी के क्षेत्र का क्षैतिज घटक H हो, तो–

$$\boxed{B = H}$$

जब किसी छोटे दण्ड-चुम्बक के उत्तरी ध्रुव को पृथ्वी के दक्षिणी ध्रुव की ओर रखते हैं, तो चुम्बक की अक्षीय रेखा पर एक निश्चित दूरी पर दो उदासीन बिन्दु प्राप्त होते हैं। यदि प्रत्येक उदासीन बिन्दु की चुम्बक के मध्य-बिन्दु से दूरी r मीटर हो तथा चुम्बक का चुम्बकीय आघूर्ण M हो, तो–

$$\boxed{H = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{2M}{r^3}}$$

जब किसी छोटे दण्ड-चुम्बक के उत्तरी ध्रुव को पृथ्वी के उत्तरी ध्रुव की ओर रखते हैं, तो चुम्बक की निरक्षीय रेखा पर एक निश्चित दूरी पर चुम्बक के दोनों ओर दो उदासीन बिन्दु प्राप्त होते हैं। यदि प्रत्येक उदासीन बिन्दु की चुम्बक के मध्य बिन्दु से दूरी r मीटर हो, तो–

$$\boxed{H = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{M}{r^3}}$$

विद्युत-चुम्बकीय प्रेरण

[Electromagnetic Induction]

1. **चुम्बकीय फ्लक्स**—चुम्बकीय क्षेत्र के परिमाण $\vec{B}$ तथा समतल पृष्ठ के क्षेत्रफल $\vec{A}$ का गुणनफल **'चुम्बकीय फ्लक्स'** कहलाता है। इसे ϕ_B से प्रदर्शित करते हैं।

$$\boxed{\phi_B = \vec{B} \cdot \vec{A}}$$

यदि चुम्बकीय क्षेत्र $\vec{B}$, पृष्ठ के लम्बवत् न होकर पृष्ठ पर खींचे गये लम्ब से अर्थात् वेक्टर $\vec{A}$ से θ कोण बनाये, तो—

$$\boxed{\phi_B = BA \cos \theta}$$

2. **विद्युत-चुम्बकीय प्रेरण** (Electromagnetic Induction)—जब किसी कुण्डली से सम्बद्ध चुम्बकीय फ्लक्स में परिवर्तन होता है, तो कुण्डली में एक विद्युत वाहक बल प्रेरित हो जाता है, जिसके कारण कुण्डली का परिपथ बन्द होने पर कुण्डली में धारा प्रेरित होती है, यह घटना **'विद्युत-चुम्बकीय प्रेरण'** कहलाती है।

3. **फैराडे के विद्युत-चुम्बकीय प्रेरण के नियम** (Faraday's Laws of Electromagnetic Induction)—

प्रथम नियम—इस नियम के अनुसार, "जब किसी परिपथ से बद्ध चुम्बकीय फ्लक्स में परिवर्तन हो रहा होता है तो परिपथ में एक प्रेरित विद्युत वाहक बल उत्पन्न हो जाता है, जिसका परिमाण चुम्बकीय फ्लक्स के परिवर्तन की **ऋणात्मक दर** के बराबर होता है।" इसे 'ल्यूमेन का नियम' भी कहा जाता है।

यदि Δt समयान्तराल में चुम्बकीय फ्लक्स में परिवर्तन $\Delta\phi_B$ हो तो परिपथ में प्रेरित विद्युत वाहक बल—

$$\boxed{e = -\frac{\Delta\phi_B}{\Delta t}}$$

या,

$$\boxed{e = -\frac{d\phi_B}{dt}}$$

{सीमा (limit) $\Delta t \to 0$ में}

यदि $d\phi_B$ 'वेबर' में तथा dt 'सेकण्ड' में हो तो प्रेरित विद्युत वाहक बल e 'वोल्ट' में होगा।

यदि परिपथ में तार के N फेरों वाली कुण्डली हो, तो—

$$\boxed{e = -N\frac{\Delta\phi_B}{\Delta t} = -\frac{\Delta t(N\phi_B)}{\Delta t}}$$

द्वितीय नियम—इस नियम के अनुसार, "किसी परिपथ में प्रेरित विद्युत वाहक बल अथवा प्रेरित धारा की दिशा सदैव ऐसी होती है कि यह उस कारण का विरोध करती है जिससे कि स्वयं उत्पन्न होती है।" इसे 'लेन्ज का नियम' भी कहा जाता है।

4. **फ्लेमिंग का दायें हाथ का नियम** (Fleming's Right-Hand Rule)—"यदि हम अपने दायें हाथ के अँगूठे और उसके पास वाली दोनों अँगुलियों को एक-दूसरे के लम्बवत् इस प्रकार फैलायें कि पहली अँगुली चुम्बकीय क्षेत्र की दिशा को प्रदर्शित करे तथा अँगूठा चालक के चलने की दिशा को प्रदर्शित करे तो बीच वाली अँगुली चालक में प्रेरित वैद्युत धारा की दिशा बतलायेगी।"

5. **प्रेरित धारा तथा प्रेरित आवेश** (Induced Current and Induced Charge)—

$$\boxed{i = \frac{N}{R}\frac{\Delta\phi_B}{\Delta t}}$$

{जहाँ पर, i = प्रेरित धारा, N = कुण्डली में फेरों की संख्या, R = परिपथ का प्रतिरोध तथा $\Delta\phi_B/\Delta t$ = चुम्बकीय फ्लक्स परिवर्तन की दर है।}

तथा
$$\boxed{q = \frac{N}{R}\Delta\phi_B}$$

{जहाँ पर, q = प्रेरित आवेश तथा $\Delta\phi_B$ = चुम्बकीय फ्लक्स में परिवर्तन है।}

6. **प्रेरत विभवान्तर** (Induced Potential Difference)—

$$\boxed{V = Bvl}$$

{जहाँ पर, V = प्रेरित विभवान्तर, B = एकसमान चुम्बकीय क्षेत्र, v = चालक की गति तथा l = चालक की लम्बाई}

7. **अन्योन्य प्रेरण** (Mutual Induction)—यदि दो कुण्डलियों को पास-पास रखकर उनमें एक में बैटरी के द्वारा वैद्युत धारा प्रवाहित की जाये अथवा उसमें प्रवाहित होने वाली वैद्युत धारा के मान में परिवर्तन किया जाये या धारा को बन्द कर दिया जाये, तो दूसरी कुण्डली में एक प्रेरित विद्युत वाहक बल उत्पन्न हो जाता है। विद्युत चुम्बकीय प्रेरण की यह घटना **'अन्योन्य प्रेरण'** कहलाती है। इनमें से पहली कुण्डली को **'प्राथमिक कुण्डली'** तथा दूसरी कुण्डली को **'द्वितीयक कुण्डली'** कहा जाता है।

8. **अन्योन्य प्रेरण गुणांक** (Cofficient of Mutual Induction)—यदि प्राथमिक कुण्डली में i_1 ऐम्पियर की धारा प्रवाहित हो तथा इस धारा के कारण द्वितीयक कुण्डली के प्रत्येक फेरे से बद्ध चुम्बकीय फ्लक्स ϕ_2 हो और यदि द्वितीयक कुण्डली में तार के N_2 फेरे हों, तो कुण्डली में फ्लक्स ग्रन्थिकाओं की संख्या $N_2\phi_2$ होगी, तब—

$$\boxed{M = \frac{N_2\phi_2}{i_1}}$$

{जहाँ पर, M = अन्योन्य प्रेरण गुणांक या अन्योन्य प्रेरकत्व है।}

यदि प्राथमिक कुण्डली में धारा प्रवाहित करने पर, द्वितीयक कुण्डली में उत्पन्न प्रेरित विद्युत वाहक बल e_2 हो, तो फैराडे के नियम से—

$$\boxed{M = -\frac{e_2}{\Delta i_1 / \Delta t}}$$

{जहाँ पर, $\frac{\Delta i_1}{\Delta t}$ = प्राथमिक कुण्डली में धारा के परिवर्तन की दर है।}

'अन्योन्य प्रेरण गुणांक' का मात्रक **'हेनरी'** है।

$$\boxed{1 \text{ हेनरी} = \frac{1 \text{ वोल्ट}}{1 \text{ ऐम्पियर / सेकण्ड}}}$$

9. दो समतल कुण्डलियों के मध्य अन्योन्य प्रेरकत्व (Mutual Inductance of two Plane Coils)—

$$\boxed{M = \frac{\mu_0 N_1 N_2 \pi r_2^{\,2}}{2r_1} \text{ हेनरी}}$$

{जहाँ पर, N_1 = प्राथमिक कुण्डली में फेरों की संख्या, N_2 = द्वितीयक कुण्डली में फेरों की संख्या, r_1 = प्राथमिक कुण्डली की त्रिज्या तथा r_2 = द्वितीयक कुण्डली की त्रिज्या}

10. युग्मन गुणांक (Coefficient Coupling)—दो कुण्डलियों का युग्मन गुणांक—

$$\boxed{K = \sqrt{M / L_1 L_2}}$$

{जहाँ पर, M = कुण्डलियों का अन्योन्य प्रेरकत्व तथा L_1 व L_2 कुण्डलियों के स्वप्रेरण गुणांक हैं।}

11. स्वप्रेरण (Self-Induction)—विद्युत चुम्बकीय प्रेरण की वह घटना जिसमें किसी कुण्डली में प्रवाहित धारा को परिवर्तित करने से स्वयं उसी कुण्डली में प्रेरित धारा उत्पन्न होती है, **'स्वप्रेरण'** कहलाती है।

स्वप्रेरण गुणांक अथवा स्वप्रेरकत्व (Coefficient of Self-Induction or Self-Inductance)—

$$\boxed{L = \frac{N\phi_B}{i}}$$

{जहाँ पर, N = कुण्डली में फेरों की संख्या, i = धारा तथा ϕ_B = चुम्बकीय फ्लक्स है।}

यदि कुण्डली में धारा को परिवर्तित करने पर उत्पन्न प्रेरित विद्युत वाहक बल e हो, तो—

$$\boxed{L = \frac{-e}{\Delta i / \Delta t}}$$

{जहाँ पर, $\frac{\Delta i}{\Delta t}$ कुण्डली में धारा के परिवर्तन की दर है।}

'स्वप्रेरण गुणांक' का मात्रक **'हेनरी'** होता है।

12. समतल कुण्डली का स्वप्रेरत्व (Self-Inductance of a Plane coil)—

$$\boxed{L = \frac{\mu_0 \pi N^2 r}{2} \text{ हेनरी}}$$

{जहाँ पर, $N =$ कुण्डली में फेरों की संख्या, $r =$ कुण्डली की त्रिज्या}

13. कुण्डली में संचित स्थितिज ऊर्जा (Energy stored in a Coil)—

$$\boxed{U = \frac{1}{2} L i_0^2}$$

{जहाँ पर, $L =$ कुण्डली का स्वप्रेरण गुणांक तथा $i_0 =$ अन्तिम स्थायी धारा}

14. प्रेरकों का श्रेणीक्रम संयोजन (Combination of Inductors in Series)—यदि L_1 तथा L_2 प्रेरकत्व वाली दो कुण्डलियाँ परस्पर श्रेणीक्रम में संयोजित हों, तो उनका तुल्य प्रेरकत्व—

$$\boxed{L = L_1 + L_2}$$

यदि कुण्डलियों के बीच की दूरी कम हो, तो उनके बीच अन्योन्य प्रेरण M होगा। तब—

(I) यदि कुण्डलियाँ इस प्रकार रखी हों कि प्रत्येक कुण्डली से अपनी धारा के कारण बद्ध फ्लक्स उसी दिशा में हो जिसमें दूसरी कुण्डली की धारा के कारण है, तो—

$$\boxed{L = L_1 + L_2 + 2M}$$

(II) यदि कुण्डलियाँ इस प्रकार रखी हों कि प्रत्येक कुण्डली से अपनी धारा के कारण बद्ध फ्लक्स, दूसरी कुण्डली की धारा के कारण बद्ध फ्लक्स की विपरीत दिशा में है, तो—

$$\boxed{L = L_1 + L_2 - 2M}$$

15. प्रेरकों का समान्तर-क्रम संयोजन (Combination of Inductors in Parallel)—यदि L_1 तथा L_2 प्रेरकत्व वाली दो कुण्डलियाँ परस्पर समान्तर-क्रम में संयोजित हों, तो उनका तुल्य प्रेरकत्व—

$$\boxed{L = \frac{L_1 L_2}{L_1 + L_2}}$$

यदि दोनों कुण्डलियों के मध्य अन्योन्य प्रेरण M हो, तो—

$$\boxed{L = \frac{L_1 L_2 - M^2}{L_1 + L_2 \pm 2M}}$$

प्रत्यावर्ती धारा

[Alternating Current]

1. एक चुम्बकीय क्षेत्र में एक अक्ष के परितः घूमती हुई कुण्डली के सिरों के मध्य उत्पन्न प्रेरित विद्युत वाहक बल (Induced E.M.F. developed between the ends of a coil revolving about an axis in a Magnetic Field)—

$$\boxed{e = NBA\omega}$$

{जहाँ पर, N = कुण्डली में फेरों की संख्या, B = चुम्बकीय क्षेत्र, A = कुण्डली के तल का क्षेत्रफल, ω = कुण्डली का कोणीय वेग तथा e = प्रेरित वि. वा. बल है।}

2. प्रत्यावर्ती वोल्टेज (Alternating Voltage)—वह वोल्टेज जिसका परिमाण व दिशा समय के साथ परिवर्तित हो तथा एक निश्चित समय के बाद उसी दिशा में उसी परिमाण के साथ उसकी पुनरावृत्ति हो, **'प्रत्यावर्ती वोल्टेज'** कहलाती है।

$$\boxed{\text{प्रत्यावर्ती वोल्टेज (V)} = V_0 \sin \omega t}$$

{जहाँ पर, V_0 = वोल्टेज का शिखर मान तथा ωt = कुण्डली के घूमने का कोण है।}

3. प्रत्यावर्ती विद्युत वाहक बल तथा धारा का आयाम, आवर्तकाल तथा आवृत्ति—

(I) आयाम (Amplitude)—चुम्बकीय क्षेत्र में घूमती हुई कुण्डली की दो स्थितियों में परिपथ में उत्पन्न प्रत्यावर्ती धारा का मान अधिकतम होता है। प्रत्यावर्ती धारा का यह अधिकतम मान **'धारा-आयाम'** या **'शिखर-मान'** कहलाता है। इसे i_0 से निरूपित करते हैं।

(II) आवर्तकाल (Periodic Time)—प्रत्यावर्ती धारा अपनी एक साइकिल (एक दिशा में शून्य से अधिकतम, अधिकतम से शून्य तथा फिर विपरीत दिशा में शून्य से अधिकतम व अधिकतम से शून्य) पूरी करने में जितना समय लेती है वह धारा **'आवर्तकाल'** कहलाती है। इसे T से निरूपित करते हैं।

$$\boxed{T = \frac{2\pi}{\omega}}$$

(III) आवृत्ति (Frequency)—प्रत्यावर्ती धारा द्वारा 1 सेकण्ड में पूरी की गई साइकिलों की संख्या उसकी **'आवृत्ति'** कहलाती है। इसे f से प्रदर्शित करते हैं।

$$\boxed{f = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi}}$$

4. प्रत्यावर्ती धारा का माध्य मान तथा वर्ग-माध्य-मूल मान—

(I) माध्य (औसत) मान (Mean Value)—

$$\boxed{i_m = \frac{2}{\pi} i_0 = 0{\cdot}637\, i_0}$$

{जहाँ पर, i_m = धारा का माध्य मान तथा i_0 = धारा का शिखर मान है।}

(II) वर्ग-माध्य-मूल मान (Root-mean-square Value)—

$$\boxed{i_{rms} = \sqrt{\overline{i^2}} = \frac{i_0}{\sqrt{2}} = 0{\cdot}707\, i_0}$$

{जहाँ पर, i = धारा तथा i_0 = धारा का शिखर मान}

5. विभिन्न प्रकार के प्रत्यावर्ती धारा परिपथ (Different Types of Alternating Current Circuits)—

(I) जब परिपथ में केवल शुद्ध प्रतिरोध हो—शुद्ध प्रतिरोध वाले प्रत्यावर्ती परिपथ में—

$$\boxed{\text{वोल्टेज (V)} = V_0 \sin \omega t}$$

तथा

$$\boxed{\text{धारा } (i) = i_0 \sin \omega t}$$

(II) जब परिपथ में केवल धारिता हो—परिपथ का धारितीय प्रतिघात—

$$\boxed{X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi f C}}$$

{जहाँ पर, f = प्रत्यावर्ती धारा की आवृत्ति तथा C = धारिता है।}

(III) जब परिपथ में केवल प्रेरकत्व हो—परिपथ का प्रेरण प्रतिघात—

$$\boxed{X_L = \omega L = 2\pi f L}$$

{जहाँ पर, L = परिपथ का प्रेरकत्व है।}

(IV) जब परिपथ में प्रेरकत्व L तथा प्रतिरोध R दोनों हों—परिपथ में प्रतिबाधा—

$$\boxed{Z = \sqrt{R^2 + X_L^{\,2}}}$$

{जहाँ पर, R = प्रतिरोध तथा X_L = परिपथ का प्रेरण प्रतिघात है।}

यदि परिपथ में धारा i, विभवान्तर V से पश्चगामी हो और इनके मध्य कलान्तर ϕ हो, तो—

$$\boxed{\tan \phi = \frac{\omega L}{R}}$$

(V) जब परिपथ में धारिता C तथा प्रतिरोध R दोनों हों—परिपथ में प्रतिबाधा—

$$\boxed{Z = \sqrt{R^2 + (1/\omega C)^2}}$$

यदि परिपथ में धारा i, विभवान्तर V से अग्रगामी हो और इसके मध्य कलान्तर ϕ हो, तो—

$$\boxed{\tan\phi = \frac{1}{\omega CR}}$$

(VI) जब परिपथ में प्रेरकत्व L तथा धारिता C दोनों हों—परिपथ की अनुनादी आवृत्ति—

$$\boxed{f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{1}{LC}}}$$

(VII) परिपथ में प्रेरकत्व L, धारिता C तथा प्रतिरोध R तीनों हों—परिपथ की प्रतिबाधा—

$$\boxed{Z = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}$$

यदि वोल्टेज V तथा धारा i के मध्य कलान्तर ϕ हो, तो—

$$\boxed{\tan\phi = \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}}$$

6. प्रत्यावर्ती धारा परिपथ में शक्ति अथवा सामर्थ्य (Power in Alternating Current Circuit)—

(I) जब परिपथ में केवल शुद्ध प्रतिरोध हो—परिपथ में एक पूरी साइकिल के लिए औसत-शक्ति-क्षय—

$$\boxed{\overline{P} = V_{rms} \times i_{rms} \text{ वाट}}$$

(II) जब परिपथ में प्रतिरोध R तथा प्रेरकत्व L दोनों हों—परिपथ में औसत-शक्ति-क्षय—

$$\boxed{\overline{P} = V_{rms} \times i_{rms} \times \cos\phi}$$

{जहाँ पर, $\cos\phi$ = परिपथ का शक्ति गुणांक है।}

तथा

$$\boxed{\cos\phi = \frac{R}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}}}$$

7. चोक कुण्डली (Choke Coil)—प्रत्यावर्ती-धारा परिपथ में धारा की प्रबलता को कम करने के लिए प्रयुक्त होने वाली वह युक्ति जिसमें वैद्युत ऊर्जा का ह्रास नगण्य होता है **'चोक कुण्डली'** कहलाती है।

8. **ट्रांसफॉर्मर (Transformer)**—अन्योन्य प्रेरण के सिद्धान्त पर कार्य करने वाला वह साधन जो प्रत्यावर्ती धारा के विभव को परिवर्तित करने के काम आता है **'ट्रांसफॉर्मर'** कहलाता है। यह उच्च विभव वाली निर्बल प्रत्यावर्ती धारा को नीचे विभव वाली प्रबल वैद्युत-धारा में अथवा नीचे विभव वाली प्रबल प्रत्यावर्ती धारा को ऊँचे विभव वाली निर्बल वैद्युत-धारा में परिवर्तित करने का कार्य करता है। इस आधार पर ट्रांसफॉर्मर दो प्रकार के होते हैं। प्रथम प्रकार का परिवर्तन करने वाले 'अपचायी ट्रांसफॉर्मर' तथा द्वितीय प्रकार का परिवर्तन करने वाले 'उच्चायी ट्रांसफॉर्मर' कहलाते हैं। ट्रांसफॉर्मर केवल प्रत्यावर्ती धारा (A.C.) के साथ ही कार्य करते हैं, दिष्ट धारा (D.C.) के साथ नहीं।

$$\boxed{\text{ट्रांसफॉर्मर की दक्षता } (\eta) = \frac{V_s \times i_s}{V_p \times i_p}}$$

{जहाँ पर, V_s = द्वितीयक कुण्डली के सिरों के मध्य विभवान्तर, i_s = द्वितीयक कुण्डली में धारा, V_p = प्राथमिक कुण्डली के सिरों के मध्य विभवान्तर तथा i_p = प्राथमिक कुण्डली में धारा}

9. **अनुनादी परिपथ** (Resonant Circuits)—जब किसी L–C–R वैद्युत परिपथ में मुख्य धारा आरोपित वोल्टेज की कला में होती है अर्थात् प्रेरण प्रतिघात (X_L) धारिता प्रतिघात (X_C) के बराबर होता है, तो वह परिपथ **'अनुनादी परिपथ'** कहलाता है।

अनुनादी परिपथ दो प्रकार के होते हैं—

(I) श्रेणी अनुनादी परिपथ—वह परिपथ जिसमें आरोपित वोल्टेज की आवृत्ति परिपथ की स्वाभाविक आवृत्ति के बराबर होती है, **'श्रेणी अनुनादी परिपथ'** कहलाता है।

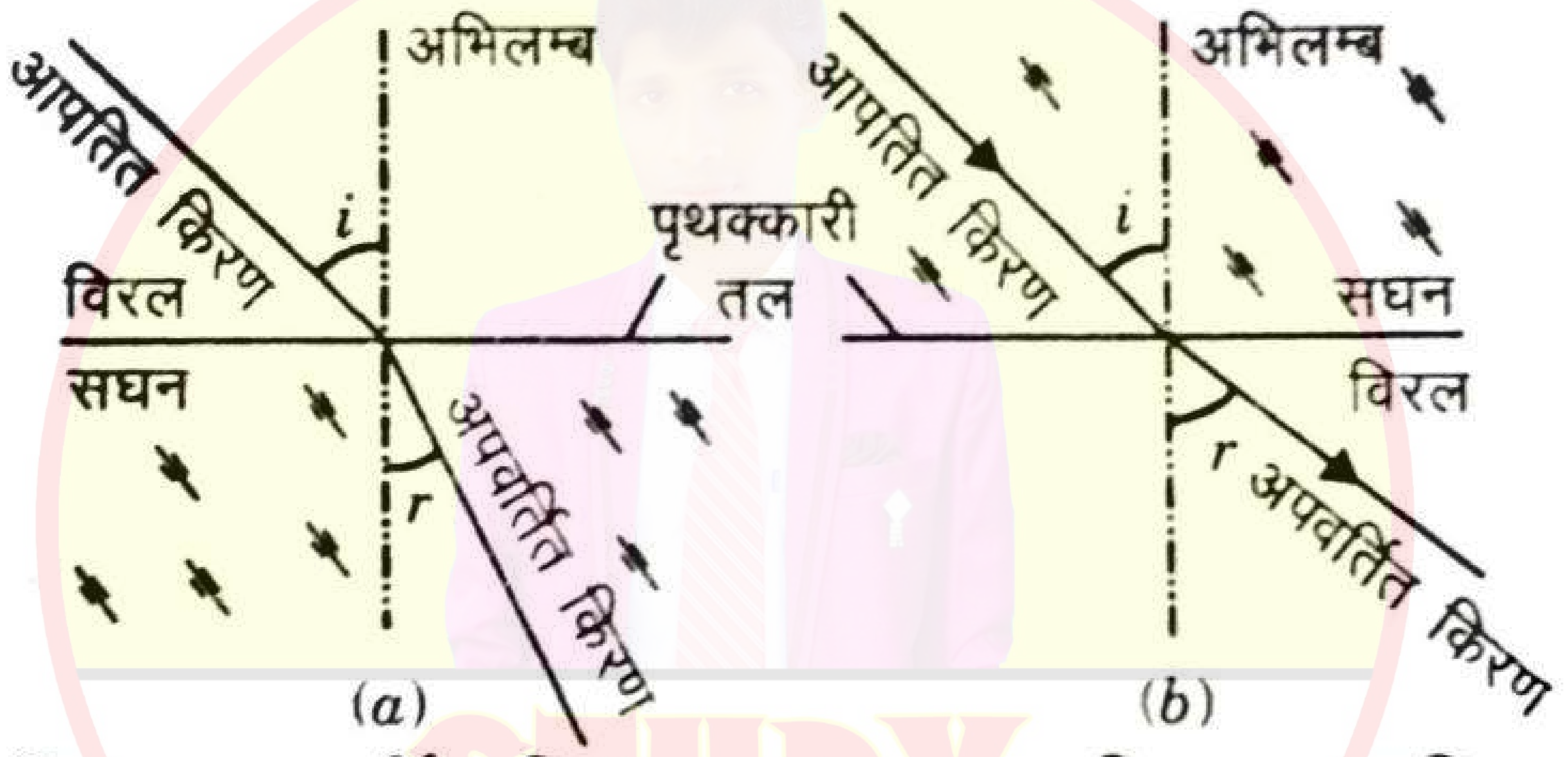
$$\boxed{f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}}$$

(II) समान्तर अनुनादी परिपथ—वह परिपथ जिसमें परिपथ का प्रेरण प्रतिघात X_L, धारितीय प्रतिघात X_C के बराबर होता है तथा परिपथ की मुख्य धारा आरोपित वोल्टेज की कला में होती है, **'समान्तर अनुनादी परिपथ'** कहलाता है।

$$\boxed{X_L = X_C}$$

प्रकाश का समतल अन्तरापृष्ठ पर अपवर्तन : पूर्ण आन्तरिक परावर्तन
(Refraction of Light at a Plane Interface : Total Internal Reflection)

(1) प्रकाश का अपवर्तन : स्नैल का नियम (Refraction of Light : Snell's Law)—"किसी प्रकाश-किरण के एक माध्यम से दूसरे माध्यम में प्रवेश करने पर, अपने मार्ग से विचलित होने की घटना **प्रकाश का अपवर्तन** कहलाती है।" प्रकाश के अपवर्तन के निम्नलिखित दो नियम हैं—



(I) आपतित किरण, अपवर्तित किरण तथा आपतन-बिन्दु पर अभिलम्ब तीनों एक ही तल में होते हैं।

(II) किन्हीं दो माध्यमों के लिए तथा किसी निश्चित रंग (तरंगदैर्घ्य) के प्रकाश के लिए, आपतन कोण की ज्या (sin) तथा अपवर्तन कोण की ज्या (sin) का अनुपात एक नियतांक होता है। यदि आपतन कोण i तथा अपवर्तन कोण r हो, तब

$$\boxed{\frac{\sin i}{\sin r} = \text{नियतांक}}$$

यह नियम **'स्नैल का नियम'** कहलाता है। इस नियतांक को पहले माध्यम के सापेक्ष दूसरे माध्यम का **'अपवर्तनांक'** कहते हैं। यदि पहले माध्यम को 1 से तथा दूसरे माध्यम को 2 से निरूपित किया जाये तो अपवर्तनांक को ${}_1n_2$ से निरूपित किया जाता है।

अतः
$$\boxed{\frac{\sin i}{\sin r} = {}_1n_2}$$

यदि प्रकाश का मार्ग उल्टा हो जाय, तो प्रकाश के उत्क्रमणीयता के सिद्धान्त से—

$$\boxed{\frac{\sin r}{\sin i} = {}_2n_1}$$

यदि तीन माध्यम **1, 2** व **3** हों, तो—

$$\boxed{{}_1n_2 \times {}_2n_3 \times {}_3n_1 = 1}$$

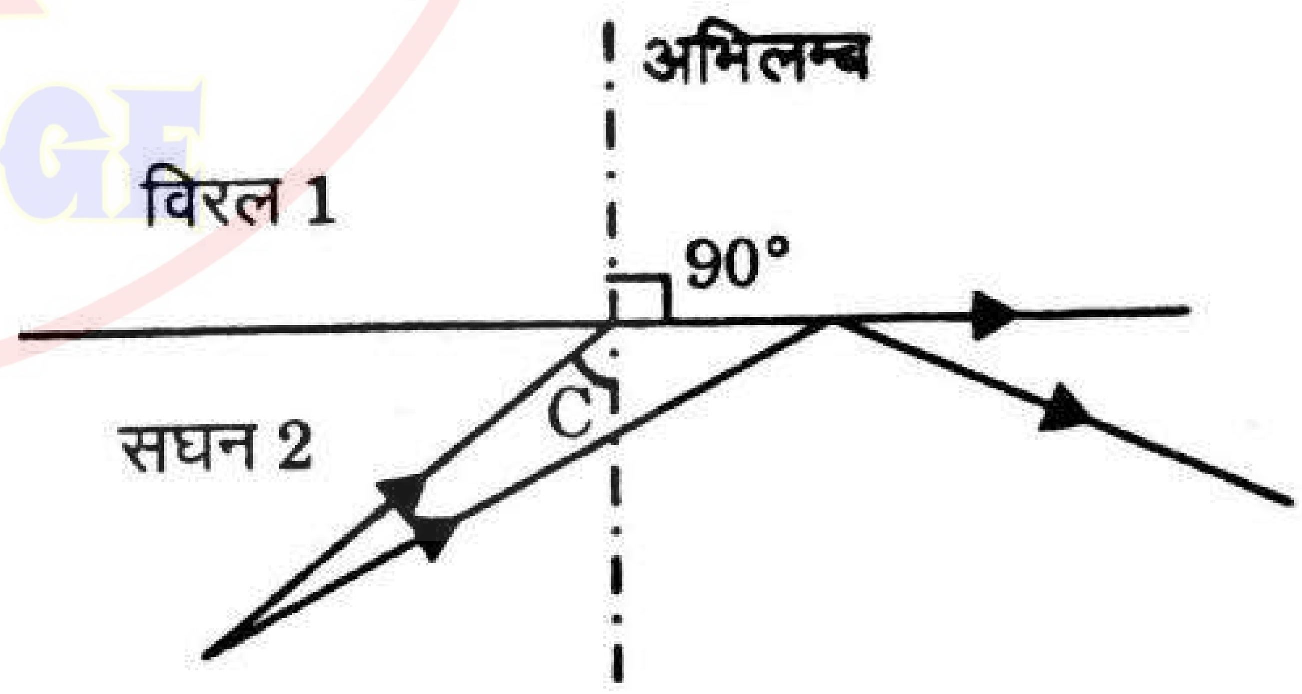
(2) अपवर्तन का कारण (Cause of Refraction)—विभिन्न माध्यमों में प्रकाश की चाल का भिन्न-भिन्न होना ही अपवर्तन का कारण है। **हाइगेन्स** के सिद्धान्त के अनुसार, जब कोई तरंगाग्र एक माध्यम से दूसरे माध्यम में प्रवेश करने लगता है तो इससे निकलने वाली द्वितीयक तरंगिकाओं की चाल दूसरे माध्यम में प्रवेश करने पर परिवर्तित हो जाती है। इसके कारण दूसरे माध्यम में (अपवर्तित) तरंगाग्र पहले माध्यम में (आपतित) तरंगाग्र के सापेक्ष झुक जाता है। यदि आपतित तथा अपवर्तित तरंगाग्र दोनों माध्यमों के सीमा-पृष्ठ के साथ क्रमशः i व r कोण पर झुके हों, तब—

$$\boxed{\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{v_1}{v_2}}$$

{जहाँ पर v_1 व v_2 क्रमशः पहले व दूसरे माध्यम में तरंगों की चालें हैं।}

(3) क्रान्तिक कोण तथा पूर्ण आन्तरिक परावर्तन (Critical Angle and Total Internal Reflection)—

क्रान्तिक कोण—सघन माध्यम में बना वह आपतन कोण जिसके लिए विरल माध्यम में अपवर्तन कोण का मान 90° हों **'क्रान्तिक कोण'** कहलाता है। इसका मान दोनों माध्यमों की प्रकृति तथा प्रकाश के रंग पर निर्भर करता है। काँच-वायु अन्तरापृष्ठ पर दृश्य प्रकाश के लिए क्रान्तिक कोण लगभग 42° होता है।



यदि विरल माध्यम को 1 से तथा सघन माध्यम को 2 से निरूपित किया जाये, तो स्नैल के नियम से सघन माध्यम के सापेक्ष विरल माध्यम का अपवर्तनांक—

$${}_2n_1 = \frac{\sin C}{\sin 90^\circ} = \sin C$$

$$\text{या,} \quad \frac{1}{{}_1n_2} = \sin C$$

प्रकाश का गोलीय पृष्ठों पर अपवर्तन : लेन्स
[Refraction of Light at Spherical Surfaces : Lenses]

(1) गोलीय अवतल पृष्ठ पर अपवर्तनांक (Refraction at a Concave Spherical Surface)—

$$\boxed{\frac{n_2}{v} - \frac{n_1}{u} = \frac{n_2 - n_1}{R}}$$

{जहाँ पर, n_1 = विरल माध्यम का निरपेक्ष अपवर्तनांक, n_2 = सघन माध्यम का निरपेक्ष अपवर्तनांक, v = प्रतिबिम्ब की दूरी, u = वस्तु की दूरी तथा R = वक्रता त्रिज्या है।}

यदि, सघन माध्यम का विरल माध्यम के सापेक्ष अपवर्तनांक n हो, तो—

$$\boxed{\frac{n}{v} - \frac{1}{u} = \frac{n-1}{R}} \qquad \{\because n = n_2 / n_1\}$$

(2) गोलीय उत्तल पृष्ठ पर अपवर्तन (Refraction at a Convex Spherical Surface)—

$$\boxed{\frac{n_2}{v} - \frac{n_1}{u} = \frac{n_2 - n_1}{R}}$$

{जहाँ पर, n_1 = विरल माध्यम का निरपेक्ष अपवर्तनांक, n_2 = सघन माध्यम का निरपेक्ष अपवर्तनांक, v = प्रतिबिम्ब की दूरी, u = वस्तु की दूरी तथा R = वक्रता त्रिज्या है।}

यदि विरल माध्यम के सापेक्ष सघन माध्यम का अपवर्तनांक n हो, तो—

$$\boxed{\frac{n}{v} - \frac{1}{u} = \frac{n-1}{R}} \qquad \{\because n = n_2 / n_1\}$$

महत्त्वपूर्ण—दूरियाँ नापने के लिए निर्देशांक ज्यामिति की चिह्न परिपाटी (Coordinate Geometry Sign Convention)—

(I) लेन्स पर प्रकाश-किरणें सदैव बायीं ओर से डाली जाती हैं।

(II) सभी दूरियाँ लेन्स के प्रकाशिक-केन्द्र से मुख्य अक्ष के साथ-साथ नापी जाती हैं।

(III) वे दूरियाँ जो आपतित किरण की विपरीत दिशा में नापी जाती हैं, ऋणात्मक (– ve) चिह्न के साथ ली जाती हैं।

(IV) वे दूरियाँ जो आपतित किरण की ही दिशा में नापी जाती हैं, धनात्मक (+ ve) चिह्न के साथ ली जाती हैं।

(V) प्रतिबिम्ब तथा वस्तु (बिम्ब) की लम्बाई मुख्य अक्ष के ऊपर की ओर धनात्मक (+ ve) तथा नीचे की ओर ऋणात्मक (– ve) ली जाती है।

(3) गोलीय पृष्ठ के मुख्य फोकस (Principal Foci of Spherical Surface)–

(I) प्रथम मुख्य फोकस–

$$\boxed{f' = -\frac{R}{n-1}}$$

{जहाँ पर, f' = प्रथम मुख्य फोकस की ध्रुव से दूरी, R = वक्रता त्रिज्या तथा n = अपवर्तनांक है।}

(II) द्वितीय मुख्य फोकस–

$$\boxed{f = \frac{nR}{n-1}}$$

{जहाँ पर f = द्वितीय मुख्य फोकस की ध्रुव से दूरी, R = वक्रता त्रिज्या तथा n = अपवर्तनांक है।}

(4) पतले लेन्स द्वारा प्रकाश का अपवर्तन (Refraction through a Thin Lens)–

$$\boxed{\frac{1}{v} - \frac{1}{u} = \frac{1}{f}}$$

{जहाँ पर, f = फोकस दूरी, u = वस्तु की दूरी तथा v = प्रतिबिम्ब की दूरी}

(5) रेखीय आवर्धन (Linear Magnification)–लेन्स द्वारा बने किसी वस्तु के प्रतिबिम्ब की लम्बाई तथा स्वयं वस्तु की लम्बाई का अनुपात **'रेखीय आवर्धन'** कहलाता है। इसे m से निरूपित करते हैं।

$$\boxed{\text{रेखीय आवर्धन } m = \frac{v}{u}} \qquad \left\{\because \frac{I}{O} = \frac{v}{u}\right\}$$

{जहाँ पर I = प्रतिबिम्ब की लम्बाई, O = वस्तु की लम्बाई, v = प्रतिबिम्ब की दूरी तथा u = वस्तु की दूरी}

$$\boxed{\text{रेखीय आवर्धन } m = \frac{f-v}{f}}$$ {फोकस दूरी f तथा v के पदों में}

$$\boxed{\text{रेखीय आवर्धन } m = \frac{f}{f+u}}$$ {फोकस दूरी f तथा u के पदों में}

(6) पतले लेन्स की फोकस-दूरी के लिए न्यूटन का सूत्र (Newton's Formula for the Focal-length of a Thin Lens)—

$$\boxed{xx' = ff'}$$

{जहाँ पर, x' = लेन्स के प्रथम फोकस से वस्तु की दूरी, x = लेन्स के द्वितीय फोकस से प्रतिबिम्ब की दूरी, f' = लेन्स की प्रथम फोकस दूरी तथा f = लेन्स की द्वितीय फोकस दूरी}

(7) लेन्स की क्षमता (Power of Lens)—

$$\boxed{P = \frac{1}{f\,(\text{मीटर})}}$$

{जहाँ पर, P = लेन्स की क्षमता तथा f = लेन्स की फोकस दूरी है।}

इसका मात्रक डायोप्टर (D) होता है।

(8) सम्पर्क में रखे दो लेन्सों की संयुक्त फोकस दूरी (Combined Focal Length of two Thin Lenses in Contact)—

(I) जब दोनों उत्तल लेन्स हों—

$$\boxed{\frac{1}{F} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2}}$$

(II) जब एक लेन्स उत्तल व दूसरा अवतल हो—

$$\boxed{F = \frac{f_1 f_2}{f_2 - f_1}}$$

(9) सम्पर्क में रखे दो लेन्सों की संयुक्त क्षमता (Combined Power of two Lenses in Contact)—

$$\boxed{P = P_1 + P_2}$$

{जहाँ पर, P = संयुक्त लेन्स की क्षमता तथा P_1 व P_2 क्रमशः सम्पर्क में रखे पतले लेन्सों की क्षमताएँ है।}

प्रिज्म

[Prism]

(1) प्रिज्म (Prism)—ऐसा समांग पारदर्शी माध्यम (जैसे काँच) जो किसी कोण पर झुके हुए दो समतल पृष्ठों से घिरा होता है, **'प्रिज्म'** कहलाता है। ये पृष्ठ **'अपवर्तक पृष्ठ'** तथा इनके बीच का कोण **'अपवर्तक कोण'** कहलाता है। अपवर्तक पृष्ठों के अभिलम्बवत् किसी तल द्वारा काटा गया परिच्छेद प्रिज्म का **'मुख्य परिच्छेद'** कहलाता है।

(2) प्रिज्म का अपवर्तनांक (Refractive Index of the Prism)—

$$\boxed{n = \frac{\sin\left(\frac{A+\delta_m}{2}\right)}{\sin\left(\frac{A}{2}\right)}}$$

{जहाँ पर, δ_m = अल्पतम विचलन कोण, A = प्रिज्म का कोण तथा n = प्रिज्म के पदार्थ का अपवर्तनांक}

(3) पतले प्रिज्म द्वारा उत्पन्न विचलन (Deviation produced by a Thin Prim)—

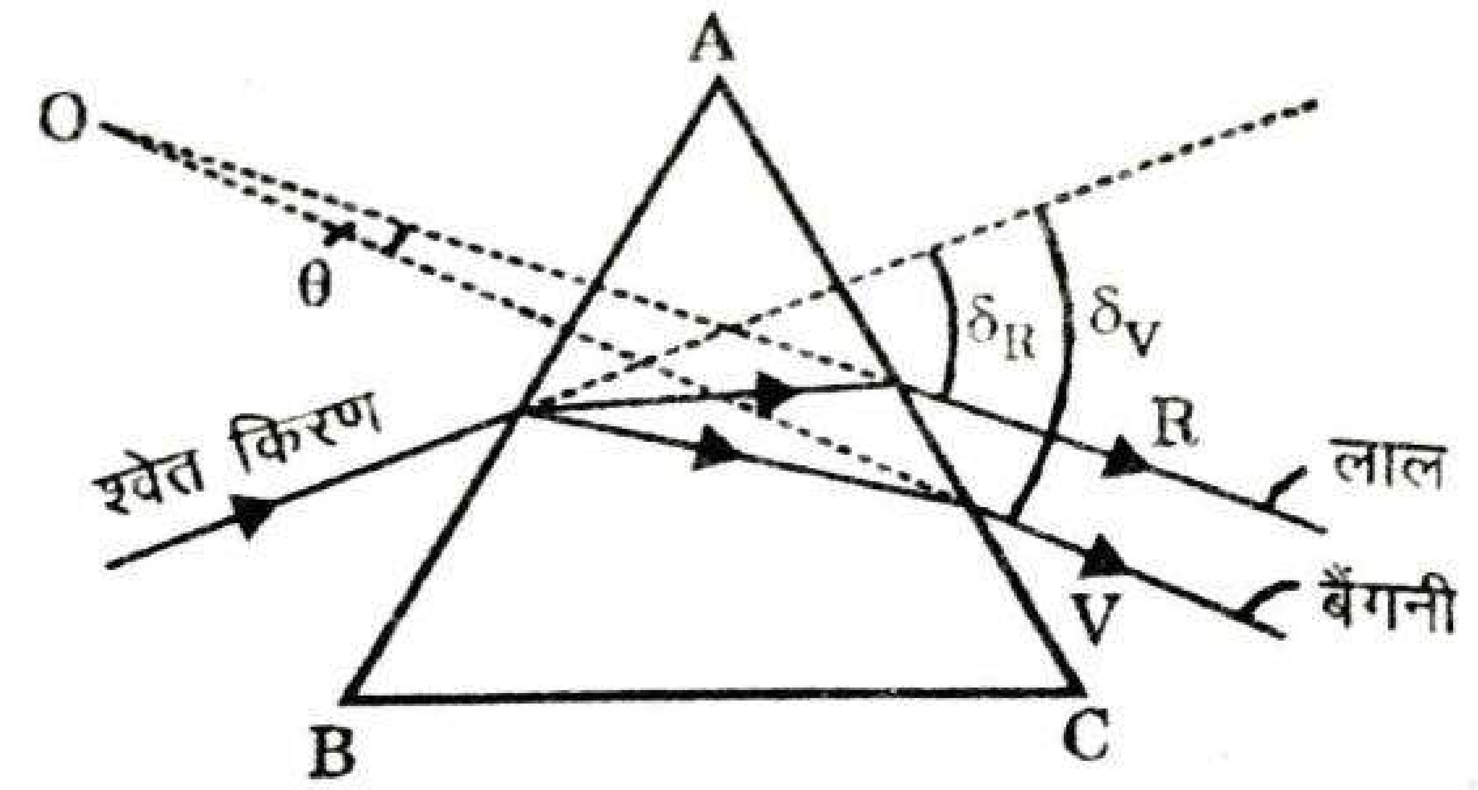
$$\boxed{\delta_m = (n-1)\,A}$$

(4) सूर्य के श्वेत प्रकाश का प्रिज्म द्वारा विचलन तथा विक्षेपण (Deviation and Dispersion of White Light of Sun by a Prism)—किसी पदार्थ का अपवर्तनांक n विभिन्न रंगों के प्रकाश के लिए भिन्न-भिन्न होता है। काँच में बैंगनी प्रकाश की चाल सबसे कम तथा लाल प्रकाश की चाल सबसे अधिक होती है। इस कारण काँच का अपवर्तनांक **बैंगनी प्रकाश के लिए सबसे अधिक तथा लाल प्रकाश के लिए सबसे कम** होता है।

∴ सूत्र $\delta_m = (n-1)A$ के अनुसार, **बैंगनी प्रकाश का विचलन कोण लाल प्रकाश के** विचलन कोण से बड़ा होता है।

वर्ण विक्षेपण (Dispersion)—श्वेत प्रकाश के प्रिज्म में प्रवेश करने पर इसमें से विभिन्न रंगों की किरणें भिन्न-भिन्न दिशाओं में निकलती हैं। बैंगनी रंग के प्रकाश की किरण प्रिज्म के आधार की ओर सबसे अधिक तथा लाल रंग के प्रकाश की किरण सबसे कम विचलित होती है। अतः श्वेत प्रकाश विभिन्न रंगों की किरणों में विभाजित हो जाता है। यह घटना **'वर्ण विक्षेपण'** कहलाती है। दो रंगों की निर्गत किरणों के बीच का कोण उन रंगों के लिए **'कोणीय वर्ण-विक्षेपण'** कहलाता

है। चित्र के अनुसार कोण θ, लाल तथा बैंगनी रंगों के बीच कोणीय वर्ण-विक्षेपण है। यदि लाल तथा बैंगनी रंगों की किरणों के लिए (अल्पतम) विचलन कोण क्रमशः δ_R व δ_V हों, तो उनके मध्य कोणीय वर्ग-विक्षेपण—



$$\boxed{\theta = \delta_V - \delta_R}$$

यदि लाल व बैंगनी रंगों के प्रकाश के लिए प्रिज्म के काँच के अपवर्तनांक क्रमशः n_R व n_V हों तथा प्रिज्म का कोण A हो, तो पतले प्रिज्म के लिए—

$$\delta_R = (n_R - 1)A$$

$$\text{तथा } \delta_V = (n_V - 1)A$$

तथा, कोणीय वर्ग-विक्षेपण—

$$\boxed{\theta = (n_V - n_R)A}$$

(5) किसी प्रकाशिक माध्यम की वर्ण-विक्षेपण क्षमता (Dispersive Power of an Optical Medium)—

$$\boxed{\omega = \frac{n_V - n_R}{n_Y - 1}}$$

{जहाँ पर, ω = वर्ण-विक्षेपण क्षमता तथा n_V, n_R तथा n_Y क्रमशः बैंगनी, लाल तथा पीले रंग के प्रकाश के लिए प्रिज्म के पदार्थ के अपवर्तनांक हैं।}

उदाहरण 1. 60° कोण वाले प्रिज्म का पीले प्रकाश के लिए न्यूनतम विचलन कोण 30° है। इस स्थिति में आपतन कोण का मान क्या होगा ?

[U.P. Board, 2006]

हल : $\because n = \dfrac{\sin\left(\dfrac{A+\delta_m}{2}\right)}{\sin\left(\dfrac{A}{2}\right)}$ के अनुसार,

$$i = \frac{A+\delta_m}{2}$$

$$\Rightarrow \quad i = \frac{60° + 30°}{2}$$

$$= \frac{90°}{2} = 45°$$

Ans.

वर्ण-विपथन एवं गोलीय विपथन

[Chromatic Aberration and Spherical Aberration]

(1) वर्ण-विपथन (Chromatic Aberration)—श्वेत प्रकाश से प्रकाशित किसी वस्तु का लेन्स द्वारा बना प्रतिबिम्ब प्रायः रंगीन व अस्पष्ट होता है। लेन्स द्वारा उत्पन्न प्रतिबिम्ब का यह दोष **'वर्ण-विपथन'** कहलाता है। यह दोष लेन्स के पदार्थ का अपवर्तनांक तथा इसके कारण लेन्स की फोकस दूरी विभिन्न रंगों के प्रकाश के लिए भिन्न-भिन्न होने से उत्पन्न होता है। यदि एक पतले लेन्स की फोकस-दूरी f तथा लेन्स के पदार्थ का अपवर्तनांक n हो, तो—

$$\boxed{\frac{1}{f} = (n-1)\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right)}$$

{जहाँ पर, R_1 व R_2 लेन्स के पृष्ठों की वक्रता त्रिज्याएँ हैं।}

(2) लेन्स का अनुदैर्ध्य अथवा अक्षीय वर्ण विपथन (Longitudinal or Axial Chromatic Aberration of a Lens)—

$$\boxed{f_R - f_V = \omega \times f_Y}$$

{जहाँ पर, f_R = लेन्स की लाल प्रकाश के लिए फोकस-दूरी, f_V = लेन्स की बैंगनी प्रकाश के लिए फोकस-दूरी, f_Y = लेन्स की पीले रंग के प्रकाश के लिए मध्य फोकस-दूरी तथा ω = वर्ण-विक्षेपण क्षमता}

(3) अवर्णता एवं अवर्णक लेन्स (Achromatism and Achromatic Lens)—यदि दो या दो से अधिक लेन्सों को इस प्रकार संयुक्त किया जाये कि इस लेन्स-योग द्वारा सभी रंगों के प्रतिबिम्ब एक ही स्थिति में बनें तथा उनके आकार भी बराबर हों तो इस प्रकार का लेन्स योग **'अवर्णक लेन्स-योग'** कहलाता है तथा उनका यह गुण **'अवर्णता'** कहलाता है।

यदि दो पतले लेन्स एक-दूसरे के सम्पर्क में रखे जायें और इन लेन्सों के पदार्थों की बैंगनी व लाल रंगों के बीच वर्ण-विक्षेपण क्षमताएँ ω व ω' हों तथा बैंगनी, लाल व पीले रंग के प्रकाश के लिए इनके अपवर्तनांक क्रमशः n_V, n_R, n_Y तथा n_V', n_R',